



UNIVERSIDAD DE LA RIOJA

TRABAJO FIN DE ESTUDIOS

Título

Innovación docente mediante grupos cooperativos: Aplicación a la UD proporcionalidad y porcentajes

Autor/es

MARIA TALAVERA MATEY

Director/es

CLARA JIMÉNEZ GESTAL

Facultad

Escuela de Máster y Doctorado de la Universidad de La Rioja

Titulación

Máster Universitario de Profesorado, especialidad Matemáticas

Departamento

MATEMÁTICAS Y COMPUTACIÓN

Curso académico

2018-19



***Innovación docente mediante grupos cooperativos: Aplicación a la UD
proporcionalidad y porcentajes***

, de MARIA TALAVERA MATEY

(publicada por la Universidad de La Rioja) se difunde bajo una Licencia Creative
Commons Reconocimiento-NoComercial-SinObraDerivada 3.0 Unported.

Permisos que vayan más allá de lo cubierto por esta licencia pueden solicitarse a los
titulares del copyright.

© El autor, 2019

© Universidad de La Rioja, 2019

publicaciones.unirioja.es

E-mail: publicaciones@unirioja.es

Trabajo de fin de máster

**Innovación docente mediante
grupos cooperativos:
Aplicación a la UD
proporcionalidad y porcentajes**

Autora:

María Talavera Matey

Tutora: Clara Jiménez Gestal



**UNIVERSIDAD
DE LA RIOJA**

Máster Universitario en Profesorado de Educación Secundaria
Obligatoria, Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanzas de
Idiomas

Año académico: 2018/2019

ÍNDICE

RESUMEN.....	3
ABSTRACT	4
1. INTRODUCCIÓN.....	5
2. JUSTIFICACIÓN.....	7
2.1 La dificultad del pensamiento abstracto.....	8
2.2 El trabajo cooperativo.....	10
2.3 El “Puzzle de Aronson”	19
2.4 Gamificación	21
3. OBJETIVOS/PLAN DE TRABAJO	25
3.1 Preparación del contexto.....	25
4. DESARROLLO DEL TRABAJO	35
4.1 Presentación formal de la UD.....	35
4.2. Secuenciación.....	37
4.3 Desarrollo de las sesiones	39
5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN.....	53
5.1 Los alumnos.....	53
5.2 El Docente.....	54
6. CONCLUSIONES	57
7. BIBLIOGRAFÍA/REFERENCIAS.....	59
8. ANEXOS.....	62
Anexo I: Competencias clave.....	62
Anexo II “Teoría Sesión 1”	64
Anexo III “Teoría Sesión 2”	66
Anexo IV “Teoría Sesión 3”.....	72
Anexo V: EdPuzzle	77
Anexo VI: Fichas de expertos	79
Anexo VII: Rúbrica de evaluación de la actividad para el profesor.....	83
Anexo VIII: Ejercicios Puzzle de Aronson y extra.....	84
Anexo IX: Rúbrica de autoevaluación de la actividad para el alumnado	90
Anexo X: Plantilla de respuestas	91
Anexo XI: Modelo de examen.....	93
Anexo XII: Resultados de la autoevaluación de la actividad del Puzzle de Aronson ..	95
Anexo XIII: Enlaces interactivos a los recursos web	96

RESUMEN

El siguiente trabajo fin de máster, es un proyecto innovador para diseñar unidades didácticas mediante metodologías cooperativas con el objetivo de hacer más eficaz el proceso de enseñanza-aprendizaje. Se plantea para los alumnos de primero de la ESO, cuando aún su cerebro no está preparado para asimilar fácilmente conceptos abstractos, por lo tanto, se hace necesario buscar alternativas educativas.

La unidad didáctica escogida ha sido proporcionalidad y porcentajes. Esto es así, debido a que para los adultos, esta temática es totalmente cotidiana y no presenta ninguna dificultad de entendimiento. Sin embargo, para los niños con los que estamos trabajando, de unos 11 años, son conceptos totalmente ajenos a ellos y a sus manejos cognitivos. Por este motivo, a los docentes puede resultarles una tarea complicada conseguir que los alumnos lleguen a entender lo que se les está explicando sin frustraciones.

Para ello, se han buscado actividades cooperativas y se han adaptado a las sesiones de aula. Se han utilizado, en la medida de lo posible, herramientas digitales adaptadas a los nuevos tiempos. Se trata de conseguir que el proceso de aprendizaje del alumno se produzca de una manera más fácil, más natural, y más divertida, ya que no debería estar reñida la escuela y el aprendizaje con la diversión.

ABSTRACT

The following master's thesis is an innovative project to design didactic units with cooperative methodologies in order to make the teaching-learning process more efficient. It is designed for students of the first year of ESO, when their brain is not ready to assimilate abstract concepts easily. Therefore, it is necessary to search for educational alternatives.

The didactic unit chosen has been proportionality and percentages. For adults, this topic is routine and does not present any difficulty for understanding. However, for the children we are working with, about 11 years old, there are strange concepts for them and for their cognitive management. For this reason, teachers have difficulties to make students understand without frustration.

To do this, cooperative activities have been sought and adapted to the classroom sessions. I have used, as far as possible, digital tools adapted to the new times. It is about making the student's learning process happen in an easier, more natural, and more funny way, because school should not be incompatible with amusement learning.

1. INTRODUCCIÓN

Este trabajo es la culminación del *Máster Universitario en Profesorado de Educación Secundaria Obligatoria, Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanzas de Idiomas*, en la especialidad de Matemáticas impartido en la Universidad de La Rioja.

A lo largo del curso, se han impartido diferentes asignaturas en las que se han adquirido conocimientos relativos a muchos ámbitos de la enseñanza. Se han recorrido temáticas como la sociología, la psicología y el desarrollo de la personalidad, donde se han obtenido competencias acerca de la parte más humana de la profesión. Por otra parte, se han estudiado técnicas de enseñanza-aprendizaje y de innovación tanto en ámbitos generales como más focalizados en la asignatura de las matemáticas.

Como complemento imprescindible al máster, se han realizado prácticas en centros educativos, lo que ha conectado todo lo que se ha visto de manera teórica en las aulas con la realidad.

Todo ello, en mayor o menor medida, se ha aplicado a este proyecto en el que se han utilizado todos los recursos adquiridos para mediante técnicas cooperativas puramente didácticas o en forma de juego, diseñar una unidad didáctica como es la de proporcionalidad y porcentajes para 1º ESO.

El trabajo se estructura de la siguiente manera:

Justificación: Desarrolla el marco teórico en el que se basa el trabajo. Se resume en tres aspectos clave como son la dificultad del pensamiento abstracto para los niños de esas edades, la importancia y beneficios del trabajo cooperativo y la gamificación.

Objetivos y plan de trabajo: Se presenta de una manera genérica los recursos necesarios, la puesta en marcha y la estructura de la Unidad Didáctica.

Desarrollo del trabajo: Se expone la Unidad Didáctica en sí paso a paso.

Resultados y discusión: Se resume lo que implica la puesta en marcha de iniciativas de este tipo para alumnos y profesores y, además, se dan datos relativos a los resultados de una experiencia real llevada a cabo durante las prácticas de esta alumna sobre la actividad del Puzzle de Aronson.

Conclusiones: Resumen de los resultados y beneficios de introducir en las aulas metodologías como la que aquí se propone para todos los implicados en el ámbito educativo que atañe a toda la sociedad lastrada por el fracaso escolar.

2. JUSTIFICACIÓN

Desde hace años, en España existe un grave problema relacionado con las altas tasas de abandono y fracaso escolar. De hecho, se sitúa en los primeros puestos de la Unión Europea. En la siguiente imagen (imagen 2.1) se aprecia la comparativa así como la evolución.

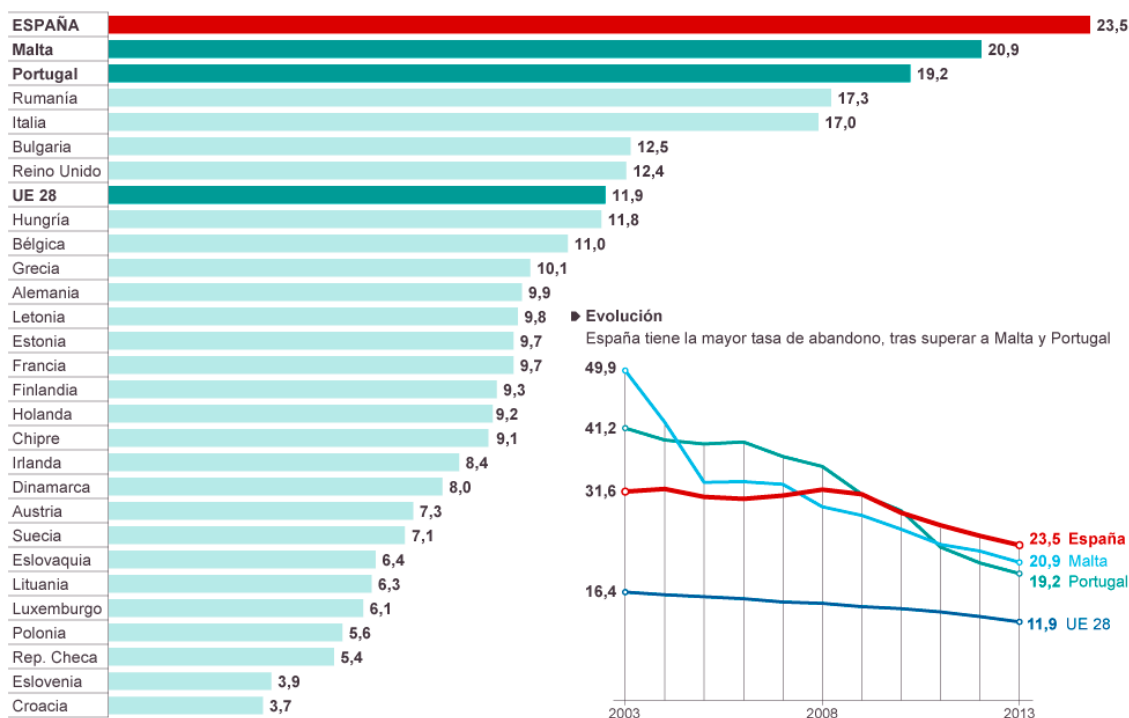


Imagen 2.1. Evolución del fracaso escolar en la UE. (Eurostat, 2014)

Algunos de los factores causantes del abandono escolar según Óscar González, fundador de Alianza Educativa, son los siguientes (González, 2015):

- ✓ Dificultades de los estudiantes como la dislexia o el déficit de atención (con o sin hiperactividad) son la causa de un gran número de abandonos.
- ✓ Problemas socioeconómicos, que al parecer, son causa directa del abandono escolar temprano.
- ✓ El sistema en el que nos encontramos “propio de la era industrial” y que debería adaptarse al mundo en que vivimos que es “cambiante, globalizado y de gran complejidad que demanda innovación y espíritu emprendedor”.
- ✓ Motivos pedagógicos como la falta de técnicas de estudio, etc.
- ✓ La falta de formación del profesorado.

Para contribuir a la evitación de este fenómeno, se han de poner en marcha planes de actuación que incluyan a todos los agentes implicados. La Unión Europea ha establecido el objetivo de rebajar el abandono escolar a tasas por debajo del 10% en todos los países miembros. De los 28, lo han logrado 21, pero España está muy lejos de conseguirlo (Editorial El País, 2019). Desde el Ministerio de Educación y Formación Profesional, se están haciendo grandes inversiones a este respecto, de hecho, para 2019 se ha presupuestado cuatro veces más que lo destinado a este fin el pasado año. Entre otras actuaciones, parte del dinero se ha invertido en la formación del profesorado y en financiar libros y material didáctico (Silió, 2018).

Desde todos los ámbitos se está apostando por la innovación educativa para lograr estos fines, es por ello que, trabajos como este, sirven como ejemplo para futuras actuaciones dentro del aula que vayan en esta dirección. La introducción de nuevas metodologías en el diseño de las clases, que facilite el aprendizaje a los alumnos naturalizando el proceso, evitará las frustraciones y la idea de que la escuela es una imposición a la que asistir forzosamente.

2.1 La dificultad del pensamiento abstracto

Gracias a la evolución en la neurociencia, hoy día es sabido que el cerebro no se desarrolla por igual en todas las etapas de la vida y que tampoco todas las zonas del cerebro se ocupan de todo. De hecho, el pensamiento concreto es el más básico. Es el que se basa en el procesamiento de la información captada por los sentidos. Es el único que manejan los niños pequeños hasta que llegan a la adolescencia y su cerebro empieza a estar preparado para trabajar con el pensamiento abstracto (Puerta, 2018).

Esto es debido a que el encargada de este tipo de pensamientos es el lóbulo frontal (imagen 2.1) que es el último en madurar en el cerebro humano. Además, se encarga del control de impulsos, el juicio y la toma de decisiones (Luis, 2018). Es a partir de los 12 años, en general, que los humanos comienzan a desarrollar el pensamiento abstracto, reemplazando objetos por ideas o conceptos.



Imagen 2.2. Lóbulo Frontal. (Martín, 2016)

Jean Piaget (1896-1980) psicólogo suizo, considerado padre de la epistemología genética, estudió las etapas de la infancia y su relación con el desarrollo cognitivo en la “Teoría del desarrollo cognitivo” (1936). Según Piaget, la etapa que comienza sobre los 12 años es la denominada “Etapa de las operaciones formales”, donde “la inteligencia se demuestra a través de la utilización lógica de símbolos relacionados con los conceptos abstractos” (Wikipedia, 2015). “Para Piaget el pensamiento abstracto recién se logra luego de haber pasado la etapa sensorio-motriz y el del pensamiento concreto, y esto ocurre aproximadamente a los 12 años, donde progresivamente se va desarrollando hasta alcanzar su consolidación cerca de los 15 años.” (Fingermann, 2011).

A partir de este momento, los niños empiezan a ser capaces de resolver problemas mediante ensayo y error de una manera lógica. Comienzan a usar el pensamiento hipotético-deductivo y son capaces de conjeturar y desarrollar hipótesis mejores. Esta forma de pensamiento se requiere con frecuencia en ciencias y en las matemáticas.

“Otra característica del individuo en esta etapa es su capacidad para razonar en contra de los hechos. Es decir, si le dan una afirmación y le piden que la utilice como la base de una discusión, es capaz de realizar la tarea. Por ejemplo, pueden razonar sobre la siguiente pregunta: ¿Qué pasaría si el cielo fuese rojo?»” (aprendiendo matemáticas).

Ya en la etapa anterior, la que hace referencia a las operaciones concretas y se desarrolla desde los 7 a los 11 años, los procesos cognitivos se vuelven

más maduros. Son capaces de clasificar, pensar con lógica acerca de los objetos y eventos y resolver satisfactoriamente problemas matemáticos sencillos como sumas y restas.

Se han llevado a cabo estudios que indican que niños en el mismo curso y de la misma edad no tienen la misma soltura al hacer tareas de sumas y restas. En cambio, “los niños en los niveles operativos concretos y preoperacionales del desarrollo cognitivo realizan operaciones aritméticas combinadas (como suma y resta) con una exactitud similar” (Ramos-Christian, Schleser, & Varn, 2008)

Esta habilidad, por tanto, es imprescindible en disciplinas como la matemática y, al carecer aún muchos alumnos de este pensamiento dado que se encuentran en esas edades, presentan dificultades y rechazo hacia la asignatura. Por este motivo, se hace necesario presentar las matemáticas de manera que a ellos les resulte más sencillo de comprender. La introducción de técnicas innovadoras que les faciliten el aprendizaje es una cuestión de vital importancia si el objetivo es que desarrollen las capacidades matemáticas y no se frustren con ellas por no ser capaces de resolverlas.

2.2 El trabajo cooperativo

Constructivismo

Jean Piaget, además de desarrollar la teoría sobre el desarrollo cognitivo, está considerado, junto con Lev Vigotsky (1896-1934), el padre del constructivismo. Este paradigma tiene por finalidad que el alumno sea el protagonista absoluto de su aprendizaje y sea él mismo quien lo edifique. De esta manera el profesor debe adoptar un rol de guía a través del proceso y ayudarle en las tareas que implican aprender a pensar, aprender a pensar sobre el pensamiento (metacognición) y guiarle sobre los objetivos de aprendizaje que debe conseguir.

Para Piaget, el pensamiento de los niños se estructura en esquemas mediante los cuales se describe la realidad para interpretar y entender el mundo. “Un esquema incluye tanto una categoría de conocimiento como el proceso de obtención de ese conocimiento. A medida que pasan las

experiencias, esta nueva información se utiliza para modificar, añadir o modificar esquemas previamente existentes.” (Vergara, 2017)

Por lo tanto, el proceso por el cual se incorpora nueva información a los esquemas que ya existen se denomina “Asimilación”. Entre ésta y la fase de “acomodación” de la información, donde esta se fija definitivamente dentro del esquema, se encuentra el mecanismo del equilibrio donde se pasa de una etapa de pensamiento a la siguiente. (Vergara, 2017).

De este modo, el conocimiento lo generan las personas a través de sus propias experiencias.

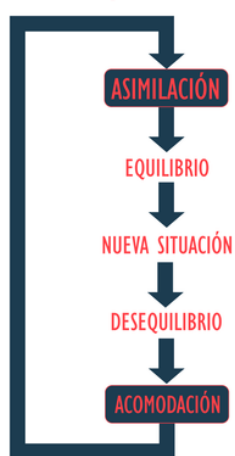


Imagen 2.3. Las etapas del desarrollo cognitivo. (Vergara, 2017)

Por su parte, Vigotsky añade a la teoría constructivista el contexto social y cultural de los niños. Considera que el aprendizaje es más eficaz si se lleva a cabo de manera cooperativa. Como concepto fundamental propone el de “Zona de desarrollo próximo (ZDP)”. Cada alumno individualmente puede aprender hasta un cierto nivel por sí mismo dependiendo de su nivel de desarrollo. Sin embargo, con la ayuda de alguien, ya sea un maestro o un compañero, con un nivel de conocimiento más avanzado, el estudiante puede alcanzar otros objetivos de aprendizaje que estén próximos a los ya asimilados y de esta manera seguir avanzando en el conocimiento (Aragón, 2018).

Por lo tanto, según estas teorías, se requiere de otras personas para avanzar. El trabajo cooperativo es, además de positivo, necesario para progresar en el aprendizaje.

Las estructuras de aprendizaje

En 1989, los hermanos David W. Johnson y Roger T. Johnson en 1989 en su libro *Cooperation and Competition: Theory and Research* (Johnson, 1989) proponen que existen tres formas características de estructurar el aprendizaje dependiendo de la *interdependencia de finalidades* y estas son: individualista, competitiva y cooperativa.

En la primera, individualista, a un alumno no le importan los resultados ni objetivos de los demás. Cada uno va por su lado sin que interfieran los demás en el aprendizaje de cada estudiante por separado. En esta estructura, el profesor aclara las dudas individualmente y no se valora el trabajo en equipo. Los resultados dependen e involucran exclusivamente al individuo en cuestión, por lo tanto, no existe interdependencia de finalidades.

En segundo lugar, si aparece rivalidad entre los alumnos, ya sea o no fomentada desde la posición del profesor, se presenta una interdependencia de finalidades negativa. El éxito de unos implica el fracaso de otros. Esto es la estructura de aprendizaje competitiva. La intención de todos es ser mejor que el resto, por lo tanto, ayudarse entre sí carece de sentido. Al igual que en el caso anterior, la responsabilidad del aprendizaje es individual.

Por último, en el aprendizaje cooperativo se genera una interdependencia de finalidades positiva, donde el éxito de uno, supone el éxito de los demás y viceversa. Las habilidades de los alumnos se complementan para resolver de manera más eficaz los problemas. Esta estructura favorece las relaciones interpersonales fomentando, además, la atención, el respeto mutuo, el valor de la ayuda, la cortesía y la simpatía hacia los demás. En cuanto a los resultados, también se ha demostrado que se alcanza un mayor nivel de rendimiento y productividad, “se descubrió que el promedio al que llegó la persona que coopera alcanzó alrededor de dos tercios de una desviación estándar, por encima del promedio de una persona que se desempeña en una situación competitiva o individualista” (Necesito de todos, 2012).

En el siguiente cuadro se muestran las principales características de dichas estructuras a modo de resumen.

		INDIVIDUALISTA	COMPETITIVA	COOPERATIVA
Estructura de aprendizaje	Subestructura de la actividad	<ul style="list-style-type: none"> Trabajo individual, no competitivo. Prácticamente no hay trabajo en equipo. La ayuda mutua es circunstancial. 	<ul style="list-style-type: none"> Trabajo individual y competitivo. No hay trabajo en equipo. La ayuda mutua no tiene sentido. 	<ul style="list-style-type: none"> Trabajo individual y cooperativo. El trabajo en equipo es esencial. La ayuda mutua se fomenta.
	Subestructura de la recompensa	El alumno consigue su objetivo independientemente de que los demás lo hagan o no. (No hay interdependencias de finalidades)	El alumno consigue su objetivo si, y sólo si, los demás no consiguen su objetivo. (Interdependencia de finalidades negativas)	El alumno consigue su objetivo si, y sólo si, los demás también consiguen su objetivo. (Interdependencia de finalidades positivas)
	Subestructura de la autoridad	Gestión del currículo y de los procesos de enseñanza. El aprendizaje está en manos del profesor exclusivamente.	Gestión del currículo y de los procesos de enseñanza. El aprendizaje está en manos del profesor exclusivamente.	El profesor comparte con los alumnos la gestión del currículo y del proceso de enseñanza y aprendizaje.

Imagen 2.4. Las estructuras de aprendizaje. (Fundación Mapfre, 2011)

Para David W. Johnson y Roger T. Johnson, en su ensayo *Psicología Educativa, una historia de éxito: teoría de la interdependencia social y el aprendizaje cooperativo*, (David W. Johnson, 2009) y recogido por el equipo de *Necesito de Todos* “La interdependencia positiva que vincula a los miembros de un grupo se postula para propiciar sentimientos de responsabilidad para: (a) llevar a buen término nuestra participación en el trabajo; y (b) facilitar el trabajo de los otros miembros del grupo... Además, cuando el rendimiento de una persona afecta los resultados de los colaboradores, la persona se siente responsable del bienestar de ellos como si fuera el suyo propio. El fracaso personal es malo, pero defraudar a los demás además de a sí mismo es todavía peor” (Necesito de todos, 2012).

Ventajas

En el estudio de los mismos autores, *El aprendizaje cooperativo en el aula* (Holubec, 1994), se recogen los siguientes resultados del método cooperativo en comparación con el individualista y el competitivo:

“-Mayores esfuerzos por lograr un buen desempeño: esto incluye un rendimiento más elevado y una mayor productividad por parte de todos los alumnos (ya sean de alto, medio o bajo rendimiento), mayor posibilidad de retención a largo plazo, motivación intrínseca, motivación para lograr un alto rendimiento, más tiempo dedicado a las tareas, un nivel superior de razonamiento y pensamiento crítico.

-Relaciones más positivas entre los alumnos: esto incluye un incremento del espíritu de equipo, relaciones solidarias y comprometidas, respaldo personal y escolar, valoración de la diversidad y cohesión.

-Mayor salud mental: esto incluye un ajuste psicológico general, fortalecimiento del yo, desarrollo social, integración, autoestima, sentido de la propia identidad y capacidad de enfrentar la adversidad y las tensiones.”
(Holubec, 1994)

Además de las anteriores, se pueden destacar otras ventajas que se adaptan a los requerimientos actuales de las aulas además de a las exigencias de la LOMCE. Un ejemplo de ellas son las siguientes recogidas por el equipo de Aula Planeta:

“1. Fomenta el aprender a aprender. Los alumnos construyen su propio conocimiento a través de la interacción con sus compañeros y la búsqueda de soluciones. De este modo logran un aprendizaje significativo.

2. Genera interdependencia positiva. Todos dependen de todos, y tienen un objetivo común que los lleva a apoyarse los unos a los otros y a valorar el trabajo de los demás.

3. Refuerza la autonomía individual. Cada alumno se responsabiliza de una tarea y contribuye con ella a alcanzar un objetivo común.

4. Promueve valores como la responsabilidad, la comunicación, la solidaridad y el trabajo en equipo.

5. Mejora las relaciones interpersonales y las habilidades sociales, en tanto que los alumnos se comunican con compañeros muy diversos.

6. Hace que los estudiantes procesen la información conjuntamente y aprendan de ello.
7. Facilita la atención a la diversidad. Los alumnos se convierten en profesores de sus propios compañeros al compartir sus conocimientos en pos del objetivo común.
8. Aumenta la autoestima de los alumnos.
9. Desarrolla la capacidad de autocrítica de los estudiantes, al obligarles a autoevaluarse.
10. Motiva a los estudiantes, despierta su interés e implicación, y genera una experiencia.” (Aula planeta, 2015)

Los equipos

Además, en este trabajo se dan las claves para que la cooperación funcione bien dentro de los grupos. Hay cinco elementos esenciales que deben incorporarse en los grupos y son los siguientes:

1. Interdependencia positiva. Se trata de que los alumnos tengan claro que los esfuerzos que cada uno haga, benefician a todo el grupo, no sólo a sí mismos.
2. Responsabilidad individual y grupal. El grupo debe asumir sus responsabilidades grupales y cada miembro las suyas por separado sin aprovecharse del trabajo de los demás y cumplir con su parte.
3. Interacción estimuladora. Se refiere a que los miembros, y más si es cara a cara, se respaldan, se apoyan, se alientan y felicitan. De esta manera los propios compañeros estimulan y promueven el aprendizaje de los demás. De esta forma, se hacen responsables personales no sólo de su propio aprendizaje sino del resto de miembros del equipo.
4. Técnicas interpersonales y de equipo. Esto hace referencia a las metodologías que se pueden aprender y aplicar para el buen funcionamiento de los grupos.
5. Evaluación grupal. Se considera imprescindible que sean los propios alumnos los que analicen en qué medida se están alcanzando los objetivos y de qué manera. De este modo, el equipo puede evolucionar manteniendo o modificando conductas para aumentar su eficacia. (Holubec, 1994)

En la siguiente imagen se resumen estos aspectos en una infografía realizada por AulaPlaneta.



Imagen 2.5. Ilustración que recoge los preceptos del aprendizaje colaborativo (Aula planeta, 2015)

Ya en 1977, Albert Bandura propuso la Teoría del aprendizaje social, donde apuntaba a que los niños aprenden mediante observación de los “modelos” que tienen alrededor. Les observan, codifican su comportamiento y después los imitan. Dependiendo del comportamiento, se reciben por parte de los demás refuerzos o castigos, por lo que los niños también aprenden de la observación de las consecuencias que tienen los comportamientos de los demás. Esto tiene relación con lo que hoy conocemos como atención a la diversidad, la cual encuentra en trabajo cooperativo un medio para darle respuesta.

En los equipos se fomenta la inclusión de todos los alumnos desde su composición. Los docentes deben conocer que hay diversas estrategias para la formación de los equipos de una manera heterogénea de manera prioritaria. Para la formación de los equipos de trabajo base, se propone en el *Programa de buenas prácticas para la inclusión* del proyecto *Recapacita* (Fundación Mapfre, 2011), la siguiente tabla como primera herramienta de distribución de

manera que cada equipo de cuatro personas lo formen una de la primera columna, dos de la segunda y uno de la tercera procurando mantener también un equilibrio en cuanto a sexo, etnia...

1/4 parte de los alumnos del aula	2/4 partes de los alumnos del aula	1/4 parte de los alumnos del aula
<p>Los alumnos más capaces en todos los sentidos:</p> <ul style="list-style-type: none"> • rendimiento más alto • los más motivados • los más capaces de ilusionar y animar a los demás • los más creativos • los que mejores habilidades tienen para trabajar en equipo 	<p>El resto de alumnos</p>	<p>Los alumnos más "necesitados" de ayuda, teniendo en cuenta también todos los tipos de necesidades</p>

Imagen 2.6. Tabla para la formación de grupos cooperativos. (Fundación Mapfre, 2011)

Otra herramienta, mucho más compleja, para el conocimiento de los alumnos y sus relaciones para la posterior distribución, es el sociograma aplicado al aula. Al efectuar un test sociométrico, el docente puede conocer cómo se relacionan los alumnos entre ellos. De esta manera se puede detectar si hay algún alumno que está siendo rechazado o si tiene dificultades de integración, quienes son los líderes o los que ejercen mayor influencia, qué bandos hay dentro del grupo...

Los beneficios de implementar esta técnica, preferentemente al principio de los ciclos, son muy evidentes ya que se pueden evitar problemas de convivencia desde el principio y se puede hacer un seguimiento de la evolución de los niños en el tiempo además de detectar y evitar casos más extremos como el bullying.

El procedimiento a seguir para obtener la información que se desea, es pasar un sencillo cuestionario con preguntas en las que los alumnos deben elegir a otros compañeros dependiendo de la actividad. Un ejemplo de preguntas recogidas de la web psicopedagogias.blogspot.com del artículo "El sociograma, uso y procedimiento" (Hernández, 2009) son las siguientes:

1. ¿Con quién de tus compañeros te gusta jugar?

2. ¿Con quién de tus compañeros te gusta trabajar en equipo?
3. ¿Con quién de tus compañeros NO te gusta juntarte? (se pueden también aplicar dos preguntas, una para saber con quién no trabaja y otra para saber con quién no juega).

Es sumamente interesante el proceso que continúa a la recogida de datos ya que permite apreciar claramente los roles que tiene cada niño dentro del grupo de una manera relativamente sencilla. Puede resumirse de la siguiente manera:

Han de crearse listados de alumnos en los que cada uno tiene un número asignado y colocarse al lado el número de aquellos que los han elegido. Para cada pregunta debe realizarse una nueva lista. De un solo golpe de vista, será apreciable quienes son los alumnos más aceptados así como los más rechazados por sus compañeros.

Como se observa en la siguiente ilustración, mediante esquemas de símbolos, se pueden representar gráficamente los resultados obteniendo una imagen similar a la que sigue:

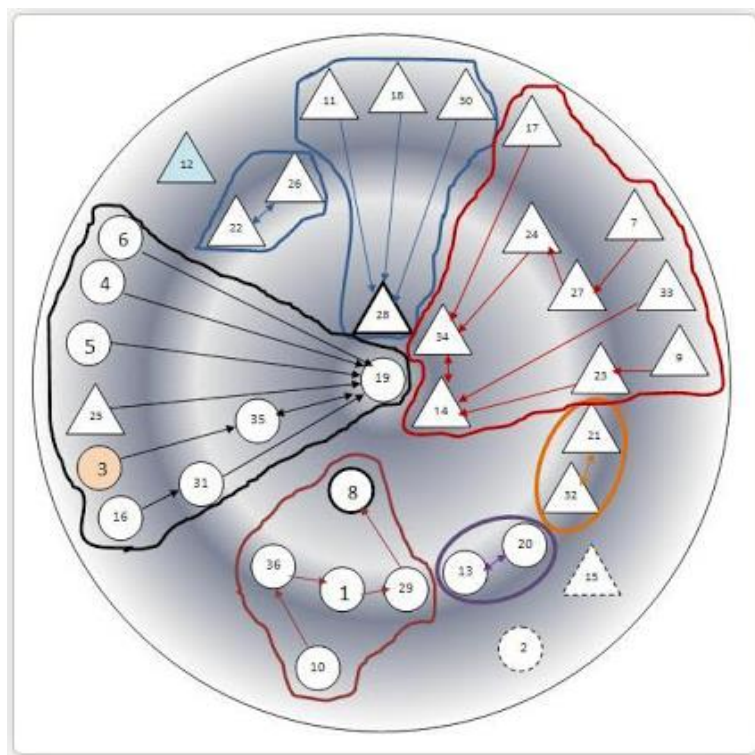


Imagen 2.7. Representación de los alumnos en el aula. (Hernández, 2009)

El círculo central representa a la niña, en este caso (los niños se representan por triángulos), que más veces fue escogida por sus compañeros. Según se vayan alejando del centro, menos veces habrán sido nombrados. Los números

se corresponden con los alumnos en cuestión y las flechas los vínculos entre ellos que pueden ser unidireccionales o bidireccionales si se han escogido mutuamente.

Los grupos de interacción se delimitan cercándolos con colores para distinguirlos. Los niños representados por líneas discontinuas son aquellos que se han dado de baja al realiza un segundo cuestionario, pero no deben ser eliminados del sociograma. Especial atención requieren aquellos niños, como el 12 en este ejemplo, que no fueron elegidos por nadie ni ellos apuntaron a nadie más, por lo que se detecta algún tipo de dificultad de interacción.

2.3 El “Puzzle de Aronson”

La actividad del “Puzzle de Aronson” que se propone en este trabajo, cumple con todos los preceptos explicados anteriormente al tratarse de un método en el que los alumnos deben responsabilizarse de una parte de los conceptos, hacerlos suyos, para después transmitírselos al resto en forma cooperativa. De este modo, interiorizan el aprendizaje convirtiéndolo en significativo.

Esta técnica, también llamada de expertos, es una de las metodologías existentes en el ámbito de la cooperación. Fue propuesta por el psicólogo Elliot Aronson en el año 1971 cuando se percató de que entre sus estudiantes existía una fuerte segregación racial.

Debido a que son necesarias una serie de habilidades sociales para llevar la metodología a cabo, está pensada para alumnos desde la etapa educativa de secundaria en adelante, preferiblemente. Los objetivos de la misma son los siguientes (Martínez & Gómez, 2010):

- Mejorar el aprendizaje cooperativo.
- Rentabilizar el uso de las tutorías individuales y grupales.
- Fomentar una actitud positiva entre los miembros del grupo.
- Aumentar el rendimiento académico.
- Favorecer el aprendizaje significativo y autodirigido.
- Fomentar el estudio continuado de una materia, de forma que el alumnado no memoriza, sino que madura el conocimiento.
- Desarrollar la solidaridad y el compromiso cívico entre el alumnado.
- Desarrollar habilidades sociales para relacionarse con el grupo y exponer de forma asertiva el propio punto de vista.

- Fomentar la autonomía en el aprendizaje.
- Atender la diversidad de intereses, valores, motivaciones y capacidades del alumnado.

El procedimiento a seguir para llevar a cabo la técnica, conlleva una serie de pasos genéricos que se resumen a continuación:

-Paso 1: Explicación de la técnica al gran grupo.

Lo primero se explica a todo el alumnado a la vez en qué va a consistir la actividad. Se les informa de que van a trabajar por grupos y que cada alumno tendrá una responsabilidad concreta. Cada uno se convertirá en experto sobre una materia que después deberá ser capaz de transmitir a los compañeros de su equipo.

-Paso 2: Formación de los grupos base y reparto.

Se trabajará en equipos formados por 4 o 5 alumnos dependiendo del caso. El docente dividirá los contenidos teóricos en partes lo más equitativas posibles y a cada uno se le asignará una de esas cuatro o cinco partes para que se convierta en experto en la materia que le haya tocado. Tendrá que estudiarlo a conciencia y hacerse responsable de su parte ya que, después, tendrá que explicárselo él mismo a sus compañeros. (Imagen 2.8)

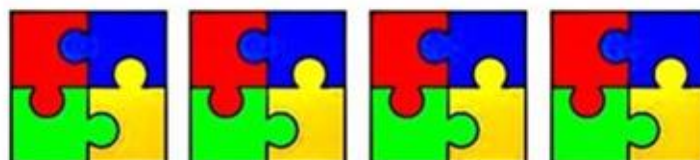


Imagen 2.8. Representación gráfica del paso 2 del Puzzle de Aronson. (www.mhaensel.de)

-Paso 3: Reunión del grupo de expertos.

Una vez que cada alumno tenga clara su parte, se reunirá con el resto de expertos en su mismo campo para aclarar dudas y afianzar conceptos. (Imagen 2.9)

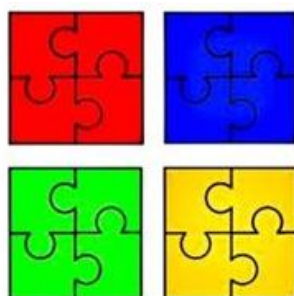


Imagen 2.9. Representación gráfica del paso 3 del Puzzle de Aronson. (www.mhaensel.de)

-Paso 4: Retorno al grupo base.

Por último, tendrán que regresar a sus grupos de origen a explicar al resto de sus compañeros la materia de la que son expertos. Todos deberán asegurarse de que el resto de sus compañeros ha entendido cada una de las partes ya que la evaluación será conjunta y no individual. (Imagen 2.10)

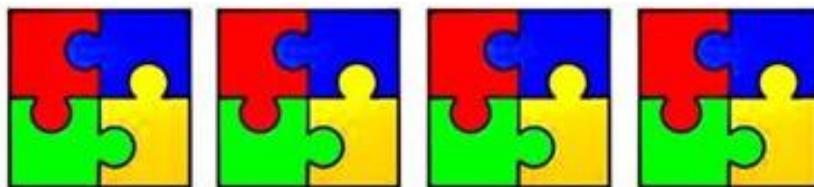


Imagen 2.10. Representación gráfica del paso 4 del Puzzle de Aronson. (www.mhaensel.de)

-Paso 5: Evaluación.

En cada caso, se escogerá una técnica de evaluación distinta, pero deberán tenerse en cuenta los diferentes aspectos relacionados con la participación grupal e individual.

Más adelante se especificará cómo se ha llevado a cabo la técnica en este caso concreto, aplicado al grupo y a la unidad didáctica específica.

2.4 Gamificación

Uno de los grandes retos a los que se enfrentan cada día los docentes, es conseguir la motivación de los alumnos. Éste es uno de los principales factores que condicionan el aprendizaje. Por este motivo, es necesario buscar técnicas que faciliten que los alumnos este interés y se esfuercen por comprender y aprender. Para Alonso Tapia (2005), hay tres factores que influyen en los alumnos para afrontar el trabajo con más o menos interés y esfuerzo (Alonso Tapia, 2005):

- El significado que para ellos tiene conseguir aprender lo que se les propone, significado que depende de los tipos de metas u objetivos a cuya consecución conceden más importancia.
- Las posibilidades que consideran que tienen de superar las dificultades que conlleva el lograr los aprendizajes propuestos por los profesores, consideración que depende en gran medida de la experiencia de saber o no cómo afrontar las dificultades específicas que se encuentran.

- El costo, en términos de tiempo y esfuerzo, que presienten que les va a llevar lograr los aprendizajes perseguidos, incluso considerándose capaces de superar las dificultades y lograr los aprendizajes.

Al introducir la gamificación en el aula, el esfuerzo que ellos tienen que hacer se reduce al mínimo ya que los contenidos no se presentan como una obligación sino como una actividad lúdica divertida. En una asignatura como las matemáticas, además, son de gran ayuda para que los alumnos tengan actitudes positivas hacia ellas ya que a menudo provoca rechazo y frustración en los estudiantes. Para José María Gairín (1990) “es un hecho comprobado la existencia de una correlación entre las actitudes y el rendimiento en matemáticas” y añade que para Donovan Johnson (1960) “El desarrollo de actitudes positivas hacia las matemáticas es una tarea prioritaria del profesor de matemáticas” (Gairín Sallán, 1990).

De esta manera, Gairín define dos tipos de juego, los de conocimiento donde se usan conceptos para resolver problemas o acertijos (resolver una ecuación o calcular el área de una figura plana) y los de estrategia donde el fin es encontrar la manera de resolverlo, como las tres en raya.

Para este proyecto, los juegos que se van a utilizar son los de conocimiento, que además, se distinguen tres niveles (Gairín Sallán, 1990):

- Pre-instruccional. A través de estos juegos el alumno puede llegar a descubrir un concepto o a establecer la justificación de un algoritmo. De este modo, el juego es el único vehículo para el aprendizaje.
- Co-instruccional. El juego puede ser una más de las diferentes actividades que el profesor utiliza para la enseñanza de un bloque temático. En este caso, el juego acompaña a otros recursos del aprendizaje.
- Post-instruccional. Los alumnos ya han recibido enseñanza sobre un tema, y mediante el juego se hacen actividades para reforzar lo que han aprendido. Por tanto, el juego sirve para consolidar el aprendizaje.

Por otro lado, los resultados que recogen los estudios realizados al respecto, afirman que la práctica de esta técnica resulta beneficiosa ya que genera en los alumnos una “expectación inicial (por lo novedoso) y una satisfacción posterior (por el aspecto recreativo)” (Gairín Sallán, 1990).

Además, para Thomas Butler (1988) los resultados que se obtienen del uso de los juegos en las aulas son los que se citan a continuación (Butler, 1988):

1. Generalmente los estudiantes adquieren por lo menos iguales conocimientos y destrezas que las que obtendrían en otras situaciones de aprendizaje.
2. La información es aprendida más deprisa que en otras metodologías, aunque la cantidad aprendida no es significativamente mayor que con otros métodos.
3. La resolución del problema conlleva el uso de enseñanza de alto nivel taxonómico. La utilización de juegos, junto a otros recursos, proporcionaría de forma satisfactoria una preparación para la resolución de problemas, aunque falta determinar si este alto nivel es recordado con el paso del tiempo.
4. Los estudiantes estarán motivados para participar en la actividad, pero su interés por la materia puede que no se mejore.
5. Los juegos y simulaciones producen en los estudiantes una tendencia creciente a asistir regularmente a la escuela.
6. Los juegos fomentan los procesos de socialización, incluyendo el fomento de amistades interraciales y de grupos des-cohesionados.
7. Los juegos han de utilizarse relativamente cercanos al momento del aprendizaje, sobre todo si el juego corresponde a un nivel taxonómico alto.
8. Los juegos mantienen las habilidades matemáticas durante largo tiempo.
9. La utilización de la fantasía, el estímulo o la curiosidad puede incrementar la efectividad de los juegos.
10. Algunos resultados observados al utilizar juegos educativos con alumnos de bajo rendimiento escolar.
 - El uso de juegos matemáticos es una estrategia exitosa para la enseñanza.
 - Los juegos de estrategia producen una sustancial mejora en actitud. Y esto se debe más al tipo de actividad que a las características de los juegos particulares usados.
 - Los alumnos de pequeña capacidad académica mejoran con frecuencia el rendimiento a causa de un mayor interés.
 - Los estudiantes aprenden habilidades y conceptos tan bien o mejor que alumnos que siguieron las actividades convencionales de lápiz y papel.
 - Los juegos que requieren la participación de varios jugadores en cada juego parecen ser más efectivos que aquéllos que permiten algunos estudiantes simplemente como observadores.
 - Algunos juegos particulares pueden ser más productivos que otros con estudiantes particulares.
 - Una combinación de actividades, implicando tanto juegos como trabajos de papel y lápiz, debería ser el más beneficioso.

11. Hay que investigar otros campos en los que los juegos educativos puedan ser utilizados con efectividad.

Para el caso que nos ocupa, teniendo en cuenta que este proyecto se basa en las actividades cooperativas, son de gran interés los puntos 6 y 10, que tratan sobre la socialización y la atención a la diversidad y la inclusión.

3. OBJETIVOS/PLAN DE TRABAJO

El objetivo de este trabajo es plantear una metodología de trabajo para diseñar de una manera innovadora y diferente unidades didácticas que puedan suponer una dificultad grande para los alumnos por su cualidad de abstractas. Para ello, se desarrolla a continuación el plan genérico del proceso que se propone.

3.1 Preparación del contexto

Alumnos en grupos cooperativos

El planteamiento de esta unidad es que se lleve a cabo de forma cooperativa, por lo que se deberá contar con unos grupos ya formados para empezar a trabajar. Se recomienda agrupar a los alumnos de cuatro en cuatro y se forman los equipos usando previamente la herramienta del sociograma, explicada en el apartado 3.2 en la sección de *Los equipos*.

Una vez que se han establecido, es necesario asignar un rol a cada miembro. En la imagen 4.2 se acompaña un cartel explicativo con cada uno de los papeles de los alumnos, que podría servir de guía para ellos mismos si se coloca en el aula. Los roles más comunes son los siguientes:

Crítico:

Su papel consiste en asegurarse de que el equipo funciona, ser el mediador si surgiera algún conflicto y responsabilizarse de la mejora y el avance del grupo.

Portavoz:

Es el encargado de transmitir la información generada por el equipo tanto al profesor como a los demás compañeros.

Coordinador:

Organiza el trabajo que se tiene que realizar y lo gestiona para que el grupo sea eficaz.

Controlador:

Supervisa las soluciones y que todos los miembros del equipo hayan comprendido las actividades o tareas.



Imagen 3.1. Carteles para el aula con los roles de los alumnos. (Imágenes educativas, 2014)

Por otro lado, existen multitud de técnicas de trabajo cooperativo en el aula. A continuación se definen algunas *estructuras cooperativas básicas* que se consideran más adecuadas y que están recogidas en el programa “Cooperar para Aprender /Aprender a Cooperar” (Pujolás & Lago, 2008):

1. Estructura 1-2-4:

Consiste en dividir la actividad en tres fases. Por ejemplo, ante un problema de matemáticas, primeramente los alumnos trabajan de forma individual, tratando de dar una solución por sí solos. A continuación, debaten en parejas las conclusiones a las que ha llegado cada uno y llegan a una solución común. Por último, todo el equipo (los cuatro) se pone de acuerdo para dar la respuesta más adecuada.

2. El folio giratorio:

Ante una tarea, un miembro del equipo debe empezar a resolverla, escribiendo su parte o aportación. A continuación, le pasa el folio al compañero de al lado (siguiendo, por ejemplo, el sentido de las agujas del reloj) para que haga lo mismo. Así sucesivamente hasta que todos hayan participado en la resolución.

3. Parada de tres minutos:

Esta técnica resulta muy útil durante las explicaciones, cuando el profesor pregunta acerca de las dudas, ya que, a veces, los alumnos son reacios a responder, sobre todo los más pequeños. Consiste en interrumpir las exposiciones para establecer una parada de tres minutos. Durante ese tiempo, los equipos deben reflexionar entre ellos lo que se está explicando y plantear dos o tres preguntas al respecto. Los portavoces de cada equipo, después de los tres minutos, deberán por turnos ir planteando las dudas que les hayan surgido para que el profesor pueda resolverlas.

4. Lápices al centro:

Se plantea para que el trabajo realmente sea cooperativo y ningún alumno vaya *por libre*. Consiste en dejar los lápices en el centro de la mesa (de manera figurada o no, dependiendo) antes de empezar a trabajar. Se debe leer en voz alta por uno de los miembros el problema o la cuestión planteada y se debe consensuar una respuesta antes de escribir nada. Se puede preguntar a cada miembro por separado para que dé su opinión en sentido de las agujas del reloj. Cuando se haya decidido entre todos cuál es el método de resolución más adecuado, y todos lo hayan entendido, se podrá escribir ya en cada cuaderno.

Estructura

Se plantea la siguiente estructura general de desarrollo aplicable a cualquier otra unidad:

Fase	Tipo	Objetivo	Método	Recursos
1. Presentación UD	Grupal	Planteamiento de la UD, objetivos y metas, contenidos, plan de trabajo, duración y evaluación.	Clase magistral	Diapositivas
2. Presentación de los contenidos	Grupal	Presentación e instrucción previa de los contenidos. Guía del aprendizaje	Clase magistral	Diapositivas, libro, pizarra
3. Aprendizaje de los contenidos teóricos	Cooperativo	Aprendizaje cooperativo de los contenidos	Puzzle de Aronson	Fichas, libro
4. Práctica y resolución de ejercicios y problemas	Cooperativo	Práctica y resolución de ejercicios de manera cooperativa mediante gamificación	Concurso cooperativo (Trivial)	Genially
5. Refuerzo y trabajo propio	Individual	Refuerzo y trabajo individual mediante TICs	Trabajo individual fuera del aula	Edpuzzle Recursos web
6. Evaluación	Colectiva e individual	Evaluación de las actividades cooperativas de manera cualitativa y cuantitativa tanto grupal como individual	Autoevaluación, evaluación procesual y sumativa	Cuestionario, examen

Tabla 3.1. Planificación de la Unidad Didáctica

Cada uno de estos puntos tendrá como finalidad que los alumnos consigan un aprendizaje significativo de los contenidos que se están impartiendo. Además, en cada uno de los pasos que se van a ir dando, se debe hacer hincapié en que el docente debe adoptar un rol de guía del aprendizaje y mantenerse en ese lugar para que sean los alumnos quienes realmente adquieran sus propios conocimientos. Como asegura Antonio Padilla Gil “Mi conocimiento y mis ideas son más y solo más. Es materialmente imposible

transmitir lo que es propiedad de uno, porque lo que se cuenta está interconexionado con otros conocimientos, forma parte de una red que no tiene por qué ser la misma que la del receptor, la coincidencia es prácticamente nula” (Padilla Gil, 2008).

1. Presentación de la Unidad Didáctica

La primera fase de esta unidad, se va a dedicar a la presentación de lo que va a ocurrir en las próximas sesiones. Es necesario y de justicia para los alumnos que conozcan de antemano las reglas del juego. Es muy importante explicarles cómo, dónde, cuándo vamos a evaluar...bajo qué condiciones...cuales son los objetivos de la sesión, qué es lo que se va a ver...es decir, qué se va a evaluar, cómo y cuándo.

Para que el proceso de enseñanza aprendizaje sea eficaz, deberían estructurarse las unidades de la misma manera que las clases, de forma que se produzcan tres momentos clave:

Entrada → 1ª fase: inicio → 2ª fase: desarrollo → 3ª fase: final → Salida

Siguiendo este esquema, lo primero que se realizará será una presentación en la que deberán aparecer, al menos los siguientes puntos:

- Título de la unidad didáctica
- Duración de la unidad didáctica y temporalización
- Objetivos de aprendizaje
- Actividades que se van a realizar
- Materiales y recursos que se van a usar
- Qué, cómo y cuándo se va a evaluar

2. Presentación de los contenidos

De la misma manera que las unidades tienen tres fases identificadas (inicio, desarrollo y final), lo mismo ocurre con cada una de las sesiones. Para una buena práctica docente, se proponen a continuación, una serie de recomendaciones relativas a cada etapa:

La primera fase, de inicio, tiene que ser breve. Procurar hacer una evaluación diagnóstica de la situación. Recabar información de los estudiantes, de elementos determinantes como los conocimientos previos ya que aprendemos sobre lo que ya sabemos.

Los primeros minutos están pensados para activar al alumno, para crear clima y dar motivos para que te presten atención. Lo primero que hay que hacer es sensibilizarlos, generar bienestar emocional.

Además, hay que activar los conocimientos previos, conectarlos con el nuevo material. Hay que proporcionar un andamiaje ideacional para construir nuevo conocimiento. Se trata de activar en los estudiantes los procesos de adquisición, codificación, personalización y control de la actividad cognitiva ya que, cada uno, construye su propio conocimiento.

Durante la fase de desarrollo es muy importante:

Hacer pausas, repeticiones, preguntar si está claro, poner énfasis en los conceptos clave “atención...”, Intentar asegurarse de que te siguen mediante técnicas como pedirles que lo expliquen con sus palabras, romper la curva de la fatiga cambiando de actividad por ejemplo... Es vital también ser organizados, para ello nos podemos ayudar de tablas, esquemas...

En la fase final, que dura unos 10 minutos, trataremos de dar prioridad a:

- Recuperación y retención activa de la información más relevante
- Reestructuración y personalización de la información
- Resolución de dudas
- Sensibilización, motivando la continuidad

Todo esto, se consigue preguntándoles, enfatizando conceptos clave, recapitulando, dando *feedback*, mediante autoevaluación... Además, se puede aprovechar para introducir la clase siguiente.

Siguiendo esta estructuración, se diseñarán las sesiones para completar la explicación de los contenidos que se deseen transmitir a los alumnos mediante la tradicional “clase magistral”.

3. Aprendizaje de los contenidos teóricos

Esta parte, se ha denominado como “aprendizaje” porque serán los alumnos los únicos intervinientes y protagonistas del proceso, por tanto, dependerá de ellos el nivel de aprendizaje que alcancen. El método elegido para ello, es la técnica cooperativa del Puzzle de Aronson. El docente proporcionará el material necesario para llevar a cabo la actividad, será el organizador y coordinador, servirá de guía en el proceso, ayudará a los alumnos y resolverá

las dudas que pudieran surgir. Será el encargado, además, de evaluar parte de la actividad realizada y presentar los resultados al final.

Parte de la evaluación procesual y sumativa se obtendrá de estas sesiones. En cuanto al procedimiento y los pesos dentro de la evaluación final, dependerá de cada caso específico. Un ejemplo podría ser el que sigue:

Tipo de evaluación	Medio	Tipo
Sumativa-procesual	Examen práctico cooperativo	Cooperativa
Autoevaluación	Rúbrica	Individual

Tabla 3.2. Evaluación del Puzzle de Aronson

4. Práctica y resolución de ejercicios y problemas

Durante las sesiones teóricas, tras las explicaciones pertinentes, se propondrán ejercicios para que los alumnos apliquen de manera cooperativa lo que se acaba de exponer con el objetivo de que se compruebe si se ha entendido e interiorizado y para recordarlo. Por cuestiones prácticas, debido a que en la inmensa mayoría de los centros no cuentan con medios tecnológicos, se sugiere utilizar lápiz y papel y la aplicación de cualquiera de las estructuras cooperativas ya explicadas como lápices al centro o 1-2-4.

Además, se plantea como actividad en la clase y con peso en la evaluación sumativa, un concurso cooperativo entre los equipos. En el caso que aquí se trata, sí será necesario disponer de equipos informáticos (tablets o pcs en la sala de informática...), aunque podría plantearse de manera tradicional con lápiz y papel. Consiste en seleccionar una serie de ejercicios y problemas para que resuelvan pero presentados en un formato de juego, de concurso, de gimkana o escape room. De este modo, la motivación será la encargada de hacer que los estudiantes practiquen más y mejor, casi sin darse cuenta.

5. Refuerzo y trabajo propio

Para atender a la diversidad y proporcionar un apoyo extra al que lo necesite, se sugiere buscar recursos web para que, además del libro, los alumnos tengan más material de estudio y para practicar por su cuenta. Se presentan aquí dos ejemplos.

El primero tiene que ver con juegos en la red. Existen multitud de páginas creadas por entidades públicas o privadas que contienen juegos matemáticos

para que los niños practiquen y aprendan sin esfuerzo a través de formatos más atractivos para ellos. De esta manera, se consigue que hagan más matemáticas y es aconsejable, sobre todo, en unidades en las que la repetición y la práctica de los ejercicios es necesaria pero muy mecánica (ecuaciones por ejemplo). Si no existiera ningún juego ya creado que encaje dentro de las necesidades que se tengan, la red proporciona herramientas gratuitas para la creación de programas propios, por ejemplo, *Scratch*, para la que, eso sí, es necesario tener nociones de programación.

Por otro lado, para dar cobertura al refuerzo teórico, por si algún alumno necesitase ayuda extra con los conceptos, además del libro, el docente puede buscar algún vídeo explicativo de los que existen en la web o crear uno propio en su caso para que los estudiantes lo vean las veces que necesiten. Además, en este proyecto se propone dar un paso más y, mediante la herramienta *EdPuzzle*, modificarle para proponer cuestiones o ejercicios que podrán ser evaluados y que formen parte de la evaluación procesual ya que esta herramienta lo permite de una manera muy sencilla.

Por lo tanto, además de servir para completar el trabajo realizado en clase, estos instrumentos permitirán que las actividades que se realicen en casa por su cuenta, tengan un peso dentro de la evaluación y puedan ser tenidas en cuenta a favor de los alumnos.

6. Evaluación

Como se ha podido ver hasta ahora, la evaluación en ningún caso va a ser planteada a la manera tradicional con un examen final exclusivamente. A continuación, se presenta un modelo de plantilla de calificaciones que recogería todas las notas y puntuaciones extra que vayan consiguiendo los alumnos. Esta debe ser pública y los alumnos deben poder conocer en todo momento cuál es su situación para aumentar su motivación. Pueden añadirse tantas columnas como se deseen dependiendo de las actividades que se quieran plantear. Lo mismo sucede con los pesos de cada una. Lo que sí es conveniente es que aparezcan también reflejados para que los alumnos no tengan ninguna duda al respecto. En el caso que nos ocupa, aparecen los que se han considerado oportunos para esta ocasión.

Peso	30%		15%		10%	5%		40%	
Alumno	Puzzle de Aronson		Concurso		Trabajo autónomo (Edpuzzle)	Trabajo en clase	Actitud	Examen final individual	Total
	Cooperativo	Individual	Cooperativo	Individual					

Tabla 3.3. Plantilla de Evaluación del alumnado

4. DESARROLLO DEL TRABAJO

En este caso particular, se ha desarrollado la unidad de proporcionalidad y porcentajes. Está pensada para alumnos de 1 de la ESO por ser los alumnos de la etapa de secundaria que más dificultades presentan a la hora de comprender conceptos matemáticos que se salen de la concreción y lo tangible. Se va a suponer que las clases tienen una duración de 50 minutos por tratar de ser lo más realista posible.

4.1 Presentación formal de la UD

Esta unidad didáctica se presenta después de los temas de fracciones y operaciones con fracciones. En dichas sesiones el alumnado ha tomado el primer contacto de su formación académica con las fracciones. Así, los conocimientos previos de los que parten consisten en conocer qué significa el concepto de fracción y saben operar con fracciones.

Durante la adolescencia comienza el desarrollo del pensamiento formal y abstracto, en este curso en concreto nos encontramos con estudiantes con edades comprendidas entre los 11 y los 13 años, por lo tanto, se debe incidir en el trabajo de la proporcionalidad para que adquieran la madurez que requiere esta unidad didáctica.

La práctica docente será determinante en la adquisición de estos contenidos novedosos para los estudiantes, una buena base evitará bloqueos y desmotivaciones en cursos superiores.

4.1.1 Objetivos de la UD

Objetivo general:

- Manejar las proporciones así como los porcentajes.

Objetivos específicos:

- Conocer los conceptos de magnitud, razón, proporción y porcentaje.
- Distinguir entre magnitudes directa e inversamente proporcionales.
- Resolver problemas sencillos de proporcionalidad directa e inversa mediante el método de reducción a la unidad y las reglas de tres.
- Conocer el concepto y manejo de porcentajes.
- Resolver problemas sencillos con aumento y disminución porcentual.

4.1.2 Contenidos

En el caso que nos ocupa, se resumen en los siguientes:

- Cálculos con porcentajes directos (mental, manual, calculadora).
- Razón y proporción. Magnitudes directamente proporcionales.
- Constante de proporcionalidad.
- Resolución de problemas sencillos en los que intervenga la proporcionalidad o porcentajes.

4.1.3 Competencias

En esta unidad didáctica se trabajarán cinco de las siete competencias clave que marca la LOMCE (Ver [anexo I](#)), todas excepto la *competencia digital* por falta de medios técnicos y la *competencia de conciencia y expresiones culturales* ya que no se usarán técnicas relacionadas con la música o las expresiones artísticas:

- Competencia en comunicación lingüística
- Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología
- Aprender a aprender
- Competencia social y cívica
- Sentido de la iniciativa y espíritu emprendedor

4.1.4 Criterios de evaluación

Los siguientes criterios aparecen recogidos en el currículo de la actual ley, la LOMCE (Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, 2014) y son los siguientes:

“Utilizar diferentes estrategias (empleo de tablas, obtención y uso de la constante de proporcionalidad, reducción a la unidad, etc.) para obtener elementos desconocidos en un problema a partir de otros conocidos en situaciones de la vida real en las que existan variaciones porcentuales y magnitudes directa o inversamente proporcionales.

Se pretende comprobar la capacidad de identificar, en diferentes contextos, una relación de proporcionalidad directa entre dos magnitudes. Se trata asimismo de utilizar diferentes estrategias (empleo de tablas, obtención y uso

de la constante de proporcionalidad, reducción a la unidad, etc.) para obtener elementos desconocidos en un problema sencillo a partir de otros conocidos en situaciones de la vida real en las que existan relaciones de proporcionalidad directa.”

4.1.5 Estándares de aprendizaje evaluables

“Identifica y discrimina relaciones de proporcionalidad numérica (como el factor de conversión o cálculo de porcentajes) y las emplea para resolver problemas en situaciones cotidianas.” (Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, 2014)

4.2. Secuenciación

Primera sesión:

- Presentación con diapositivas en el proyector de la unidad didáctica, de lo que vamos a ver y de cómo se va a evaluar.
- Dinámica de grupo para introducir el tema
- Explicación en pizarra de los conceptos básicos:
 - ✓ Magnitud
 - ✓ Relación
 - ✓ Razón
 - ✓ Proporción
- Resumen de cierre de sesión

Segunda sesión:

- Recordatorio de lo visto en la sesión anterior
- Explicación en pizarra de:
 - ✓ Proporcionalidad directa mediante regla de tres simple
 - ✓ Reducción a la unidad.
 - ✓ Proporcionalidad inversa y la regla de tres inversa.
- Resolución de problemas proporcionalidad directa e inversa de manera cooperativa mediante la técnica de lápices al centro.
- Resumen de cierre de sesión
- Trabajo propio: Con las explicaciones de esta sesión ya pueden empezar con la actividad programada en Edpuzzle evaluable.

Tercera sesión:

- Recordatorio de lo visto en la sesión anterior
- Explicación en pizarra:
 - ✓ Porcentajes como aplicación de la proporcionalidad directa
 - ✓ Resolución de porcentajes mediante fracciones, decimales, porcentaje y proporcionalidad directa.
 - ✓ Aumento y disminución porcentual
- Resolución de ejercicios de porcentajes mediante la técnica 1-2-4
- Resumen de cierre de sesión
- Trabajo propio: Con las explicaciones de esta sesión ya pueden trabajar en casa con el recurso web del [tanque matemático](#).

Cuarta sesión:

- Recordatorio de lo visto en la sesión anterior
- Resolución de ejercicios del tema mediante la técnica lápices al centro

Quinta sesión:

- Recordatorio de lo visto en la sesión anterior
- Realización de la actividad: “Puzzle de Aronson”:
 - ✓ Explicación de la técnica y reparto de los roles de experto
 - ✓ Interiorización individual de cada tema
 - ✓ Puesta en común en los grupos de experto y selección de problemas
 - ✓ Vuelta al grupo a explicar cada tema

Sexta sesión:

- Resolución de la selección que ha hecho el profesor de los problemas escogidos en la sesión anterior por los expertos de cada tema.
- Resolución de los problemas extra
- Autoevaluación de la actividad.

Séptima sesión:

- Concurso tipo Trivial

Octava sesión:

- Presentación de los resultados del Puzzle de Aronson y del concurso (si fuera el caso)
- Recordatorio de lo visto en las sesiones anteriores, resumen.
- Resolución de dudas
- Repaso de ejercicios y problemas de todo el tema a modo de cierre

Novena sesión:

- Evaluación final. Examen de la unidad didáctica

4.3 Desarrollo de las sesiones

4.3.1 Sesión 1

A continuación, se resumen en una tabla los momentos que van a desarrollarse en el aula durante la sesión. En cada una de ellas se encontrará una tabla similar relativa a las actividades de cada día.

Actividad	Objetivo	Método	Recursos	Duración	Ítem Evaluable
Presentación	Presentar el qué se va a ver y evaluar, cuándo y cómo.	Diapositivas en proyector preparadas con <i>Genially</i>	Ordenador portátil, proyector	10 minutos	-
Dinámica introductoria	Conectar con los conocimientos previos, activar al alumnado	Variante de "Parada de tres minutos"	Lápiz y papel	15 minutos	Actitud
Explicación	Aclaración de las dudas de la dinámica mediante la explicación de los conceptos básicos	Método tradicional	Pizarra	20 minutos	-
Cierre de sesión	Recordatorio de lo que se ha visto en la sesión	Método tradicional	Pizarra	5 minutos	-

Tabla 4.1. Tabla resumen de la sesión1

Presentación de la unidad:

Mediante la aplicación web “Genial.ly”, se ha configurado la presentación interactiva para la introducción de la unidad que se puede visualizar en el siguiente enlace: [Presentación UD](#)

Dinámica introductoria y explicación:

Tras haber dejado claras todas las cuestiones relativas a la evaluación y demás, se realiza una dinámica de grupo inspirada en la técnica de la “Parada de los tres minutos”. En esta ocasión, se plantean unas cuestiones muy sencillas a los alumnos que deberán discutir en grupo y después decidir y comunicar la respuesta. Las preguntas se escribirán en la pizarra y son las siguientes:

1. ¿Qué es una magnitud? ¿Podrías decirme algunas? ¿Y otras que no lo sean?
2. ¿Qué es un porcentaje?
3. ¿Es lo mismo porcentaje que fracción?
4. ¿Qué es una proporción?

Los alumnos dispondrán de 10 minutos para dar respuesta a las cuestiones. Una vez hayan transcurrido, por orden cada uno de los grupos irán comentando sus respuestas. Se pretende que se genere un debate moderado entre los equipos. Tras un tiempo de unos 5 minutos, el docente da respuesta a esas preguntas completando la explicación de los conceptos básicos de la unidad que se concretan en el [anexo II](#) “Teoría Sesión 1”

Cierre de sesión:

Por último, se recuerda la definición de magnitud, razón y proporción.

4.3.2 Sesión 2

Actividad	Objetivo	Método	Recursos	Duración	Ítem Evaluable
Recordatorio	Refrescar la información de la anterior sesión y activar al alumnado	Método tradicional y diálogo con los alumnos	Pizarra	5 minutos	-
Explicación	Transmitir los conocimientos necesarios para superar la unidad	Método tradicional	Pizarra	25 minutos	-
Resolución de problemas	Primera toma de contacto con la proporcionalidad	Lápices al centro	Lápiz y papel	15 minutos	Actitud
Cierre de sesión	Recordatorio de lo que se ha visto en la sesión	Método tradicional	Pizarra	5 minutos	-

Tabla 4.2. Tabla resumen de la sesión2

Recordatorio de la anterior sesión:

Se recuerda que en la sesión anterior se estudiaron los conceptos de magnitud, razón y proporción y la diferencia entre las razones y las fracciones.

Explicación en pizarra por parte del profesor:

En esta sesión se abordarán la proporcionalidad directa e inversa y los procedimientos de resolución de los problemas correspondientes. Los contenidos concretos se pueden revisar en el [anexo III](#) “Teoría Sesión 2”.

Resolución de problemas de manera cooperativa:

Mediante la técnica cooperativa de lápices al centro, los alumnos deberán resolver problemas relativos a proporcionalidad directa e inversa usando los métodos de resolución que hemos visto hasta ahora.

Se proponen problemas como los siguientes:

- Di si las magnitudes son directamente proporcionales, inversamente proporcionales o no proporcionales:
 - a) Volumen de una cantidad de aceite y su peso.
 - b) El precio de la entrada y el tiempo que dura la película.

- c) El precio de las manzanas y los kilos que puedo comprar con el dinero que llevo.
- d) La edad de una persona y su altura.
- e) La distancia que recorre un coche y el número de vueltas que da una rueda.
- f) La velocidad de un coche y el tiempo que tarda en cubrir cierta distancia.

- Proporcionalidad directa:

Dos ciudades A y B, separadas 75 km en la realidad, están a 24 cm de distancia en un plano. ¿Cuál será la distancia real entre otras dos ciudades M y N separadas 15 cm en el plano?

- Proporcionalidad inversa:

Un granjero tiene pienso en su almacén para alimentar a 20 vacas durante 17 días. ¿Durante cuánto tiempo podría alimentar con ese pienso a 47 vacas?

Cierre de sesión:

Por último, se hace un rápido repaso de lo que se ha visto durante la sesión, definición de proporcionalidad directa, inversa y los métodos de resolución de problemas que pueden usarse.

Trabajo individual a realizar fuera del aula

Una de las actividades evaluables que se proponen es la visualización de un vídeo explicativo de la proporcionalidad directa y la resolución de una serie de problemas y cuestiones que se han preparado por parte del docente y que van surgiendo a lo largo del vídeo. El programa con el que se ha realizado se denomina Edpuzzle y permite hacer un seguimiento de cada alumno, de las veces que ha visualizado el vídeo, cuándo lo ha hecho, y las respuestas a las preguntas, lo que facilita la evaluación del trabajo de cada uno. Además, ofrece la opción de no permitir que se pase el vídeo hacia delante sin haberlo visto primero, y la posibilidad de darles a los alumnos un periodo de tiempo determinado para completarlo. Para que se pueda apreciar las posibilidades que ofrece la herramienta, en el [anexo V](#) se adjuntan capturas de pantalla relativas a la visión que ofrece en “modo profesor”. El enlace a dicha actividad es el siguiente: [EdPuzzle](#).

4.3.3 Sesión 3

Actividad	Objetivo	Método	Recursos	Duración	Ítem Evaluable
Recordatorio	Refrescar la información de las anteriores sesiones y activar al alumnado	Método tradicional y diálogo con los alumnos	Pizarra	5 minutos	-
Explicación	Transmitir los conocimientos necesarios para superar la unidad	Método tradicional	Pizarra	25 minutos	-
Resolución de problemas	Primera toma de contacto con los porcentajes	1-2-4	Lápiz y papel	15 minutos	Actitud
Cierre de sesión	Recordatorio de lo que se ha visto en la sesión	Método tradicional	Pizarra	5 minutos	-

Tabla 4.3. Tabla resumen de la sesión 3

Recordatorio de las anteriores sesiones:

Se recuerda que en las sesiones anteriores se estudiaron los conceptos de magnitud, razón y proporción, la diferencia entre las razones y las fracciones y la resolución de problemas de proporcionalidad directa e inversa.

Explicación en pizarra por parte del profesor:

En esta sesión se abordarán los porcentajes y la resolución de los problemas correspondientes, incluidos los relativos a aumento y disminución porcentual. En el [anexo IV](#) “Teoría Sesión 3” se recogen los contenidos de la sesión especificados.

Resolución de problemas de manera cooperativa:

Mediante la técnica cooperativa de 1-2-4, los alumnos deberán resolver ejercicios y problemas de porcentajes tal y como se ha visto en las explicaciones.

Se proponen problemas como los siguientes (Colera Jiménez, 2016):

- Porcentajes. Ejercicios:
 - a) El% de 200 es 60
 - b) El% de 300 es 15

- c) El 25% de 400 es...
- d) El 6% de 800 es...
- e) El 8% dees 24
- f) El 25% dees 75

- Porcentajes. Problemas:

“El 35% de una población de 30.000 habitantes vive en casas de alquiler.
¿Cuántas personas viven en casa propia?”

- Aumento y disminución de porcentajes:

“¿A cuánto asciende una factura de 95€ después de cargarle el 21% de IVA?”

Cierre de sesión:

Por último, se hace un rápido repaso de lo que se ha visto durante la sesión, definición de porcentaje, las maneras de ver los porcentajes y los aumentos y disminuciones porcentuales.

Trabajo individual a realizar fuera del aula

Para reforzar los porcentajes, se propone a los alumnos como tarea para casa, resolver las actividades propuestas en la página web “tanque matemático”. Aprovechando que existe este recurso ya creado, se anima a los alumnos a practicar mediante este ya que, los días posteriores, tendrán que demostrar y poner en práctica sus conocimientos.

4.3.4 Sesión 4

Actividad	Objetivo	Método	Recursos	Duración	Ítem Evaluable
Recordatorio	Refrescar la información de las anteriores sesiones y activar al alumnado	Método tradicional y diálogo con los alumnos	Pizarra	5 minutos	-
Resolución de problemas	Coger destreza resolviendo problemas de toda la unidad	Lápices al centro	Lápiz y papel	45 minutos	Actitud

Tabla 4.4. Tabla resumen de la sesión 4

Recordatorio de las anteriores sesiones:

Se recuerda que en las sesiones anteriores se estudiaron los conceptos de magnitud, razón y proporción, la diferencia entre las razones y las fracciones y la resolución de problemas de proporcionalidad directa e inversa.

Resolución de problemas de manera cooperativa:

Mediante la técnica cooperativa de lápices al centro, los alumnos deberán resolver los problemas propuestos de toda la unidad didáctica, podemos servirnos del libro de texto para obtenerlos. Mientras, el docente irá por las mesas ayudando a los alumnos resolviendo dudas etc.

4.3.5 Sesión 5

Durante las dos sesiones siguientes, se va a llevar a cabo la actividad del Puzzle de Aronson. Esta primera se dedicará a que los alumnos se conviertan en expertos.

Actividad	Fase	Objetivo	Método	Recursos	Duración	Ítem Evaluable
Puzzle de Aronson	Explicación de la técnica	Informar a los alumnos de lo que se va a hacer y en qué consiste	Método tradicional y diálogo con los alumnos	Pizarra	10 minutos	-
	Reparto de roles	El profesor asigna a cada alumno su campo de trabajo	Reparto de fichas	Fichas	5 minutos	-
	Interiorización personal	Estudio por parte de cada alumno de su parte	Individualmente y en silencio	Fichas	5 minutos	Actitud
	Reunión de los grupos de expertos	1. Puesta en común de las dudas 2. Escoger 4 ejercicios del libro.	Diálogo y consenso con los compañeros	Fichas y libro de texto	15 minutos	Actitud
	Vuelta al grupo base	Explicación cada uno de su parte al resto del grupo	Diálogo con los compañeros	Fichas, lápiz y papel	16 minutos	Actitud

Tabla 4.5. Tabla resumen de la sesión 5

Explicación de la técnica

Después de las explicaciones teóricas pertinentes, en este caso, de toda la unidad, se han dividido los contenidos vistos en cuatro partes lo más equitativas posibles. Se les explica a los alumnos en lo que va a consistir la actividad que se llevará a cabo durante dos días. Se les recuerda, además, que esta actividad tendrá un peso del 30% dentro de la evaluación del tema, por lo que deberán estudiarlo a conciencia y hacerse responsables de su parte ya que, después, tendrán que explicárselo ellos mismos a sus compañeros.

Reparto de roles

Los alumnos, forman equipos de cuatro personas, por lo que a cada uno se le asignará una de esas cuatro partes para que se convierta en experto en la materia que le haya tocado. Para ello, se les entregará un material extra para que tengan claros los contenidos. Serán unas fichas de una sola hoja con la unidad repartida en los siguientes apartados:

1. Proporcionalidad directa, resolución de problemas mediante reducción a la unidad y regla de tres.
2. Proporcionalidad inversa, resolución de problemas mediante reducción a la unidad y regla de tres.
3. Tanto por ciento, fracciones, números decimales.
4. Aumento y disminución porcentual.

Las fichas de expertos, se pueden encontrar en el [anexo VI](#), “Fichas de expertos”.

Interiorización personal

Cada alumno de manera individual, deberá entender, estudiar e interiorizar su parte. El profesor estará en el aula resolviendo las dudas que pudieran surgirles aunque, a estas alturas, después de las explicaciones teóricas ya impartidas, debería estar todo bastante claro.

Reunión de los grupos de expertos

Una vez que cada alumno tenga clara su parte, se reunirá con el resto de expertos en su mismo campo para aclarar dudas, afianzar conceptos y escoger del libro cuatro ejercicios correspondientes a su tema. Uno de ellos será el que tendrán que resolver en el examen cooperativo que será elegido por la

profesora entre los que propongan de cada tema cada uno de los cuatro grupos de expertos.

Vuelta al grupo base

Por último, tendrán que regresar a sus grupos de origen a explicar al resto de sus compañeros la materia de la que son expertos. De ello dependerá que, al día siguiente, sean capaces de resolver el examen cooperativo de manera satisfactoria.

4.3.6 Sesión 6

Actividad	Objetivo	Método	Recursos	Duración	Ítem Evaluable
Examen cooperativo del Puzzle de Aronson	Evaluar los conocimientos adquiridos durante la actividad	Por equipos cooperativos	Examen, cuestiones extra, lápiz y boli	45 minutos	30%
Autoevaluación de la actividad mediante una rúbrica	Evaluar por parte de los alumnos la actividad para posibles mejoras futuras	Individual	Rúbrica y lápiz	5 minutos	Actitud

Tabla 4.6. Tabla resumen de la sesión 6

Examen cooperativo del Puzzle de Aronson

De los cuatro problemas que cada grupo de expertos propuso al profesor el día anterior, éste escoge uno de cada tema y los presenta en formato de examen. Se entregará una hoja por problema, es decir, cuatro hojas por grupo y no todas a la vez para controlar los tiempos. Para la resolución de cada uno, los equipos dispondrán de 5 minutos que se controlarán mediante un cronómetro proyectado en la pizarra.

En este caso, cada miembro del equipo se encargará de escribir uno de los problemas en una hoja. De este modo, cada uno será el secretario en un problema para que no haya un solo alumno que se pierda las resoluciones por estar escribiendo.

Al finalizar estos, se les entregarán otros cuatro problemas propuestos por el profesor para que realicen esta vez sin tiempos asignados a cada uno.

La manera de evaluar esta actividad, se encuentra reflejada en la rúbrica del [anexo VII](#). Como se puede observar, se ha tenido en cuenta desde los tiempos que han empleado, hasta que los problemas estuvieran bien escogidos y, por supuesto, la correcta resolución de los mismos. Además, tanto los ejercicios del examen como los extra propuestos después, se encuentran en el [anexo VIII](#)

Autoevaluación de la actividad mediante una rúbrica

Una vez transcurrido el tiempo, y recogidos todos los problemas entregables, se les pasa una rúbrica de autoevaluación para que ellos mismos valoren su participación en la actividad y la de sus compañeros, así como la eficacia de la misma desde su punto de vista. Esto es muy útil para el profesor ya que, quedará reflejado si realmente se ha logrado el objetivo de motivar a los alumnos y si la implicación ha sido la deseada o hay que modificar alguna de las premisas. El modelo de autoevaluación se encuentra en el [anexo IX](#).

Como ya se ha mencionado anteriormente, se propone que el peso que tenga esta actividad sea del 30% de la calificación final en la unidad y sea la suma de los siguientes aspectos:

- ✓ Calificación de los ejercicios propuestos por ellos 80%
- ✓ Calificación de los ejercicios extra 10%
- ✓ Valoración del desarrollo de la actividad en conjunto 10%

Por otra parte, en la sesión anterior al examen (sesión 8), se presentarán los resultados de los ejercicios que han realizado en esta jornada para que los alumnos sepan cómo lo han hecho de cara al examen final para que puedan valorar y corregir errores y no los cometan en posteriores ocasiones.

4.3.7 Sesión 7

Actividad	Objetivo	Método	Recursos	Duración	Ítem Evaluable
Concurso cooperativo tipo Trivial	Practicar la resolución de problemas de una manera motivadora	Por equipos cooperativos	Ordenador o tablet, conexión a internet, lápiz y boli	50 minutos	15%

Tabla 4.7. Tabla resumen de la sesión 7

Esta jornada se llevará a cabo en la sala de informática en caso de no disponer de tablets o similar en el aula aunque, como se mencionó con anterioridad, podría elaborarse en formato papel. El objetivo es que, a través del juego, se consiga la motivación necesaria para que los alumnos practiquen lo más posible para así afianzar lo aprendido durante la sesión. Además, el juego está pensado para que lo hagan en el menor tiempo posible y de manera colaborativa. La aplicación que se ha creado puede encontrarse en el siguiente enlace: [Concurso Trivial](#).

En este caso, se ha creado un juego tipo *Trivial*. Cada uno de los quesitos de colores se corresponde con un tema de la unidad. En el juego sólo aparecen las preguntas y se ha decidido que las respuestas sean entregadas en papel en una plantilla que se les entregará y que se adjunta en el [anexo X](#) “Plantilla de respuestas”.

El juego se estructura de la siguiente manera:

Hay seis bloques diferentes (Proporcionalidad directa, inversa, porcentajes, aumento porcentual, disminución porcentual y mix) y de cada uno se han preparado dos tarjetas con tres preguntas cada una.

El método de puntuación está pensado para que se dé prioridad a contestar preguntas de todos los bloques. En total, la actividad suma un 15% del total de la evaluación, por lo que el reparto de puntos se hará sobre 15. Por cada pregunta bien contestada se obtendrá 0,3 y al completar una fila se sumará a la calificación 0,7 puntos más. En el [anexo X](#) se encuentra también reflejada la plantilla con las respuestas y un ejemplo de calificación.

4.3.8 Sesión 8

Actividad	Objetivo	Método	Recursos	Duración	Ítem Evaluable
Presentación de los resultados del Puzzle de Aronson	Que los alumnos vean dónde han fallado para que lo corrijan	Presentación en proyector y entrega de los ejercicios	Proyector, ordenador, Presentación de diapositivas	15 minutos	-
Recordatorio	Refrescar la información de todo lo anterior haciendo hincapié en los puntos débiles encontrados	Método tradicional y diálogo con los alumnos	Pizarra	5 minutos	-
Resolución de dudas y repaso de ejercicios	Aclarar dudas que hayan surgido durante la entrega de los ejercicios y repetición de los ejemplos que soliciten los alumnos	Método tradicional y diálogo con los alumnos	Pizarra	25 minutos	Actitud
Cierre de sesión	Recordatorio de lo más importante y de que la siguiente sesión se dedicará a la evaluación final	Método tradicional	Pizarra	5 minutos	-

Tabla 4.8. Tabla resumen de la sesión 8

Presentación de los resultados del Puzzle de Aronson

Es importante para los alumnos conocer los resultados que obtienen en las pruebas o actividades que realizan por varios motivos. Uno es la motivación de saber qué puntuación llevan acumulada. Esta información para ellos es importante aunque no sea el objetivo prioritario ya que, hasta el momento, todo se ha estado basando en las calificaciones numéricas que obtienen.

Por otra parte y más importante, es que ellos mismos se den cuenta de los errores que han cometido y dónde para que estén a tiempo de corregirlos antes de cerrar la unidad y pasar a otra. Con el objetivo de que sea eso en lo que se fijan y no en la calificación numérica de cada ejercicio, se propone no poner la nota en los problemas, simplemente corregir los fallos. Será posteriormente en la presentación donde vean la nota final que obtuvieron en la actividad en conjunto. Ésta puede encontrarse en el siguiente enlace: [Presentación de resultados](#).

Recordatorio

En esta fase se hará un breve repaso de lo visto en la unidad con especial incidencia en los puntos donde se hayan encontrado mayores problemas al corregir los problemas realizados en la sesión 6.

Resolución de dudas y repaso de ejercicios

Se trata aquí de que sean los alumnos los que presenten las dudas al profesor y propongan ejercicios concretos donde encuentren dificultades a la hora de resolverlos. En caso de que no haya dudas, cosa que suele ser habitual, el docente hará un repaso de aquellos problemas donde los alumnos hayan fallado más.

Cierre de sesión

En esta ocasión casi toda la jornada se ha dedicado al cierre en sí, pero conviene hacer hincapié esta última sesión antes del examen individual en los puntos clave donde suelen confundirse más a menudo. Además, se les facilitará el enlace al concurso del día anterior con las respuestas por si alguno quisiera repasar usando esa metodología.

4.3.9 Sesión 9

Esta jornada se dedicará a realizar individualmente la prueba de evaluación final, la cual se valorará con un máximo del 40% del total. A continuación, se plantea una propuesta de examen acorde a los contenidos estudiados durante la unidad. El modelo de examen se adjunta en el [anexo XI](#).

Actividad	Objetivo	Método	Recursos	Duración	Ítem Evaluable
Examen evaluación final	Evaluar los conocimientos adquiridos durante la UD	Método tradicional individual	Lápiz y boli	50 minutos	40%

Tabla 4.9. Tabla resumen de la sesión 9

5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

5.1 Los alumnos

Una parte de este trabajo, fue puesta en práctica durante el curso 2018/2019 en un colegio de Cantabria. Concretamente, la actividad del “Puzzle de Aronson”. Se trataba de un grupo de 27 alumnos de 1 ESO del colegio Antonio Robinet. Los alumnos ya estaban organizados en grupos cooperativos desde hacía meses por lo que ya conocían las dinámicas. Debido a este factor, la actividad se desarrolló con total fluidez. Los alumnos en seguida entendieron los pasos que tenían que realizar y los llevaron a cabo terminando incluso antes de tiempo. En cuanto a los resultados, se distinguen dos tipos:

Resultados académicos, donde no se percibieron grandes cambios respecto a otros años. En este caso concreto, no se debería tomar muy en cuenta este resultado ya que, la unidad didáctica fue impartida por la alumna en prácticas que suscribe este trabajo que carecía de experiencia previa.

Resultados valorativos de la actividad para los alumnos, que se toman más en cuenta ya que los éstos sí tienen experiencias didácticas diariamente. Se les pasó la rúbrica de autoevaluación ([anexo IX](#)) y, a continuación, se concreta el resumen, pudiendo consultarse los resultados obtenidos al completo en el [Anexo XII](#).

Autoevaluación de la actividad:

- ✓ Nadie se decantó en ninguna de las preguntas por la última casilla correspondiente a la peor de las opciones.
- ✓ En el bloque de participación y equipo, se aprecia sinceridad por parte de los alumnos en cuanto a su modo de trabajar en equipo. Por ejemplo, ante el ítem “Respeto a mis compañeros” el 50% respondió “totalmente” y el otro 50% que “a veces”. De igual forma, a la pregunta “Respeto el turno de palabra”, fueron mayoría los que respondieron que “a veces”.
- ✓ En cuanto al bloque de resultados de la actividad, la mayoría expresó haber entendido la actividad y la parte que le correspondía a cada uno y gran parte ha puesto de manifiesto que el hecho de sentirse responsables de una parte del trabajo, les ha motivado para realizar la actividad.

Como conclusión se podría decir que la experiencia les resultó muy positiva ya que agradecieron posteriormente que se llevaran a la práctica actividades más dinámicas que las tradicionales.

5.2 El Docente

Para llevar a cabo una unidad didáctica de este tipo, lo primero y más importante que tiene que ocurrir es que el docente esté concienciado y motivado para trabajar con este tipo de técnicas. No siempre ocurre y, además, no es sencillo. Requiere de mucho tiempo y esfuerzo por parte del profesor preparar los recursos y las sesiones de una manera similar a cómo aquí se plantean. Por otra parte, cuando los resultados empiezan a verse, los alumnos se motivan y el ambiente del aula se relaja, el esfuerzo acaba compensando.

A continuación, se enumeran una serie de factores que podrían ser motivo para no poner en práctica técnicas innovadoras como la que se propone en este trabajo:

Falta de tiempo por parte del docente

Hoy día, si hay un recurso que escasea en la sociedad en general es el tiempo. Se exigen muchas horas dedicadas a cuestiones formales y burocráticas que no dejan invertir el esfuerzo necesario en lo que realmente debería ser el objetivo en la escuela, que los alumnos evolucionen, crezcan y aprendan de la mejor manera posible. Además, los medios necesarios para atender correctamente las necesidades de los centros, a veces, no llegan o no lo hacen a tiempo. Se requiere de más personal cualificado para atender las exigencias de la diversidad y así poder ofrecer a cada alumno una educación adaptada a sus niveles.

Falta de tiempo en la programación

Otro de los problemas con los que se topan los profesores habitualmente es que “se les echa el curso encima”. Las planificaciones están tan ajustadas que no dejan margen para el error. Quizá debería plantearse en los currículos que menos, a veces, es más, y adaptar las necesidades educativas a cada grupo de alumnos individualmente.

Falta de recursos

El planteamiento que aquí se ha hecho, no requiere de grandes medios materiales para llevarse a cabo, y todo lo interactivo y digital se puede adaptar

a recursos analógicos. No obstante, en los tiempos en los que estamos, no se puede obviar que los alumnos viven en la era digital. Reciben estímulos constantemente y, además, de una manera muy rápida, ruidosa, y colorida captando la atención por todos sus sentidos. Por lo tanto, si en las aulas se siguen encontrando con un lápiz, un papel en blanco y una explicación monótona que no les despierta ningún interés, es muy difícil que se motiven.

Hay aulas que cuentan con tablets personales para cada alumno pero no es lo más habitual por el momento. Por eso mismo, se deja fuera el planteamiento de diseñar la unidad con esos medios, pero no puede dejar de invitarse a que se incluyan elementos interactivos como aliados en el proceso.

Miedo al fracaso

El miedo a lo desconocido, a lo novedoso, siempre ha estado presente en cualquier ámbito que se imagine. La educación no iba a ser menos. La metodología usada hasta ahora en las aulas que conocemos, está aceptada y normalizada por la mayoría de la sociedad. Será más o menos eficaz pero es lo convencional y, hasta ahora, no se cuestionaba en general. Aplicar técnicas novedosas, podría no resultar como se esperaba, pero si nunca se arriesga, nunca se gana.

Miedo al rechazo

En la misma línea que el párrafo anterior, lo que se viene haciendo de manera tradicional desde hace décadas ha evolucionado más bien poco y funcione mejor o peor pero se encuentra dentro del camino marcado. El que se plantea poner en marcha actividades o técnicas de enseñanza innovadoras o diferentes, necesita sentirse apoyado, al menos, por el resto de compañeros ya que, si los resultados no son los que se esperaban no será señalado y atacado por intentarlo.

Falta de motivación

Todas las técnicas de motivación que se han tratado hasta ahora, se dirigen a los alumnos para que puedan conseguir los objetivos de una manera mucho más natural, pero se hace imprescindible que el docente tenga tanta o más motivación para invertir esfuerzos en ello. Así pues, para conseguir los objetivos que aquí se plantean, se propone empezar a trabajar desde la raíz del proceso, que comienza en el profesor.

Por todo lo anterior, se invita a la reflexión colectiva del sector educativo y de la sociedad en general, ya que es una cuestión que nos afecta a todos. Por suerte, cada vez más profesores se suman a la intención de cambiar el modo en el que se imparten las clases ya que, las investigaciones avanzan en esa dirección, dando la razón a los que se atreven a innovar en ese sentido. Así, sería muy positivo que se incentivaran este tipo de actuaciones de mejora o de intencionalidades por parte de los equipos educativos. Afortunadamente, ya hay gran número de actuaciones de formación pedagógica que van en este sentido y se anima a los docentes desde muchos centros a prepararse para llevarlas a cabo.

Además, desde las instituciones cada vez se promueven más este tipo de proyectos con incentivos económicos o materiales. Comunidades autónomas como La Rioja, por ejemplo, han creado entidades específicas para este fin. Es el caso del Centro de Innovación y Formación Educativa (CIFE), desde donde se dirigen todas las actuaciones que se llevan a cabo al respecto. Además de apoyar y promover la formación de los docentes, lo hacen con proyectos educativos de innovación e investigación que pongan en marcha los centros.

Por lo tanto, cada vez son más los que se suman a realizar actuaciones que se salgan de la metodología tradicional en las aulas. Esto, supone beneficios para los alumnos, como se ha explicado anteriormente que tienen que ver con la motivación, la facilidad de aprendizaje, la inclusión, la socialización, etc.

Pero además, conllevan unos beneficios para el docente que se deben tener en cuenta. El ser capaz de mantener la motivación a lo largo de la vida profesional puede hacerse complicado. Por eso, introducir metodología que requiera unas expectativas nuevas, contribuye a que se mantenga despierta la ilusión. Los alumnos obtienen mejores resultados cuando quitan presiones, se relajan, se divierten y se interesan por lo que están haciendo. Esto al profesor responsable le supone una gratificación personal ya que, está cumpliendo sus objetivos laborales. Por otra parte, el hecho de tener que formarse y aprender cosas nuevas a lo largo de su carrera profesional, por lo general, mantiene la motivación individual activa. Perseguir nuevos retos hace que la experiencia a lo largo de los años no caiga en la rutina y se convierta en una monotonía sin recompensa intelectual.

6. CONCLUSIONES

Con este trabajo, se pretende poner de manifiesto que otra manera de impartir la educación es posible y, además, más efectiva. Las técnicas cooperativas despiertan el interés por aprender y la motivación del alumnado. Como se ha señalado con anterioridad, fomentan también la participación y la inclusión los alumnos, factor de vital importancia para evitar el fracaso y abandono escolar.

En base a las consideraciones y premisas que se han expuesto hasta ahora, se deducen las siguientes conclusiones que, aunque primeramente, influyen en los alumnos, repercuten a su vez en los docentes, en las familias, en los centros y comunidades educativas, en las entidades públicas responsables y en la sociedad en general.

- ✓ Se facilita el proceso de aprendizaje a los alumnos.
- ✓ Se genera mejor clima en el aula con más cercanía y entendimiento con el profesor. Es necesario que el docente tenga empatía con el alumno desde el momento en el que empieza a preparar la Unidad Didáctica.
- ✓ Se dota de confianza a los alumnos. Al responsabilizarles de su propio aprendizaje y parte del de sus compañeros, se fomenta la seguridad personal y la maduración. De esta manera, se les dan herramientas para la vida entre las que se incluyen, además, la autonomía, la solidaridad y las habilidades sociales.
- ✓ Se facilita la inclusión de todos los alumnos. Nadie se pierde en el gran grupo ya que todos deben participar, aportar y, por tanto, resolver las dudas que puedan surgir.
- ✓ Se despierta la curiosidad, el interés, las ganas de aprender y la motivación incluso por acudir al día siguiente a la escuela. De esta forma se evita el presente o futuro abandono escolar.
- ✓ Para el docente es una satisfacción y una motivación personal, además, tener alumnos implicados en clase, lo que facilita la labor educativa.

- ✓ Para las autoridades en educación se cumplen con las competencias de un modo eficaz y se consigue el objetivo de reducir las tasas de fracaso escolar.
- ✓ En cuanto a las familias, se benefician de todos los puntos anteriores, sobre todo los relativos a la evolución personal de los niños (autonomía, maduración...). Lo mismo ocurre con la sociedad, que se nutre de ciudadanos capaces de resolver problemas en colaboración con otros, de ser autosuficientes y responsables.

7. BIBLIOGRAFÍA/REFERENCIAS

- Alonso Tapia, J. (2005). Motivación para el aprendizaje: La perspectiva de los alumnos. En A. P. Ribera, *Orientación escolar en centros educativos* (págs. 209-242). Madrid: Ministerio de Educación, Cultura y Deporte.
- aprendiendo matemáticas. (s.f.). *Etapas del desarrollo cognitivo según Piaget*.
Obtenido de aprendiendomatemáticas.com:
<https://aprendiendomatemáticas.com/etapas-de-desarrollo-cognitivo-segun-piaget/>
- Aragón, R. (mayo de 2018). *esalud*. Recuperado el mayo de 2019, de Constructivismo:
<https://www.esalud.com/constructivismo/>
- Aula planeta. (2015). *Aula Planeta*. . Recuperado el mayo de 2019, de
<https://www.aulaplaneta.com/2014/10/23/recursos-tic/diez-razones-para-aplicar-el-aprendizaje-colaborativo-en-el-aula/>
- Butler, T. (1988). Games and simulations: Creative educational alternatives.
TechTrends, 20-23.
- Colera Jiménez, G. C. (2016). *Matemáticas 1 ESO*. Madrid: Anaya.
- David W. Johnson, R. T. (2009). An Educational Psychology Success Story: Social Interdependence Theory and Cooperative Learning. *Educational Researcher*, 365-379.
- Editorial El País. (6 de ayo de 2019). Fracaso Crónico. *El País*.
- Eurostat. (11 de Abril de 2014). *El País*. Recuperado el 16 de Junio de 2019, de
https://elpais.com/elpais/2014/04/11/media/1397237952_062634.html
- Fingermann, H. (agosto de 2011). *La guía 2000*. Recuperado el mayo de 2019, de Pensamiento abstracto:
<https://educacion.laguia2000.com/general/pensamiento-abstracto>
- Fundación Mapfre. (2011). El Trabajo Cooperativo como metodología para la escuela inclusiva. *Recapacita*.
- Gairín Sallán, J. (1990). Efectos de la utilización de juegos educativos en la enseñanza de las matemáticas. *Educar*, 105-118.
- González, O. (15 de Octubre de 2015). ¿Cuáles son las razones del fracaso escolar de nuestros hijos? (R. Sáez, Entrevistador) ¡Hola!
- Hernández, J. A. (noviembre de 2009). *Zona Psicopedagógica*. Recuperado el mayo de 2019, de <http://psicopedagogias.blogspot.com/2009/11/el-sociograma-uso-y-procedimiento.html>
- Holubec, D. W. (1994). *El aprendizaje cooperativo en el aula*. Virginia: Association For Supervision and Curriculum Development.

- Imagenes educativas. (Noviembre de 2014). *Imagenes Educativas*. Recuperado el mayo de 2019, de <https://www.imageneseducativas.com/aprendizaje-cooperativo-rol-de-controlador/>
- Johnson, D. &. (1989). *Cooperation and Competition: Theory and Research*. Interaction Book Company.
- Johnson, D. &. (2009). An Educational Psychology Success Story: Social Interdependence Theory and Cooperative Learning. *Educational Researcher*, 365-379.
- Luis, C. L. (noviembre de 2018). *Los cambios en el cerebro durante la adolescencia*. Recuperado el mayo de 2019, de lamenteesmaravillosa.com: <https://lamenteesmaravillosa.com/los-cambios-cerebro-la-adolescencia/>
- Maestría en educación. (s.f.). *docobooks*. Obtenido de file:///C:/Users/User/Downloads/docobook.com_51-ilustracion-5-contenido-de-la-sesion.pdf
- Martín, A. R. (2016). *Cerebro Humano: Funciones y Partes (con Imágenes)*. Recuperado el mayo de 2019, de www.lifeder.com: <https://www.lifeder.com/funciones-partes-del-cerebro-humano/>
- Martínez, J., & Gómez, F. (2010). La técnica puzzle de Aronson: descripción y desarrollo. *25 Años de Integración Escolar en España: Tecnología e Inclusión en el ámbito educativo, laboral y comunitario*. Murcia: Consejería de Educación, Formación y Empleo.
- Ministerio de Educación, Cultura y Deporte. (26 de diciembre de 2014). LOMCE. *Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre*. España.
- Ministerio de educación, cultura y deporte. (21 de enero de 2015). LOMCE. *Orden ECD/65/2015, de 21 de enero*. España.
- Necesito de todos. (septiembre de 2012). *necesito de todos*. Recuperado el mayo de 2019, de <http://necesitodetodos.org/2012/09/interdependencia-social-y-el-aprendizaje-cooperativo/>
- Padilla Gil, A. (Noviembre de 2008). *Tendencias 21*. Recuperado el mayo de 2019, de https://www.tendencias21.net/ciclo/El-desarrollo-del-proceso-de-aprendizaje-en-el-aula_a41.html
- Puerta, A. R. (2018). *Pensamiento concreto: características, ejemplos*. Recuperado el mayo de 2019, de www.lifeder.com: https://www.lifeder.com/pensamiento-concreto-caracteristicas-ejemplos/#Dificultad_para_adquirirlo
- Pujolàs, P., & Lago, J. (2008). *El programa CA/AC ("Cooperar para Aprender /Aprender a Cooperar") para enseñar a aprender en equipo. Implementación del aprendizaje cooperativo en el aula*. Vic: Universidad de Vic.

- Ramos-Christian, V., Schleser, R., & Varn, M. E. (2008). Math Fluency: Accuracy Versus Speed in Preoperational and Concrete Operational First and Second Grade Children. *Early Childhood Education Journal*, 543-549.
- Silió, E. (7 de Diciembre de 2018). Educación cuadriplica el dinero para frenar el abandono escolar temprano. *El País*.
- Valdes Velazquez, A. (2014). Etapas del desarrollo cognitivo de Piaget.
- Vergara, C. (4 de mayo de 2017). *Actualidad en Psicología*. Recuperado el mayo de 2019, de Piaget y las cuatro etapas del desarrollo cognitivo: <https://www.actualidadenpsicologia.com/piaget-cuatro-etapas-desarrollo-cognitivo/>
- Wikipedia. (2015). *Piaget's theory of cognitive development*, Traducción. Recuperado el mayo de 2019, de <http://www.terapia-cognitiva.mx/wp-content/uploads/2015/11/Teoria-Del-Desarrollo-Cognitivo-de-Piaget.pdf>
- www.mhaensel.de. (s.f.). *mhaensel*. Recuperado el mayo de 2019, de <http://www.mhaensel.de/unterrichtsmethoden/gruppenpuzzle.html>

8. ANEXOS

Anexo I: Competencias clave

Según la actual ley de educación, LOMCE, estas son las competencias recogidas en la orden ECD/65/2015, de 21 de enero, por la que se describen las relaciones entre las competencias, los contenidos y los criterios de evaluación de la educación primaria, la educación secundaria obligatoria y el bachillerato (Ministerio de educación, cultura y deporte, 2015):

Competencia en comunicación lingüística.

Se refiere a la habilidad para utilizar la lengua, expresar ideas e interactuar con otras personas de manera oral o escrita.

Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología.

La primera alude a las capacidades para aplicar el razonamiento matemático para resolver cuestiones de la vida cotidiana; la competencia en ciencia se centra en las habilidades para utilizar los conocimientos y metodología científicos para explicar la realidad que nos rodea; y la competencia tecnológica, en cómo aplicar estos conocimientos y métodos para dar respuesta a los deseos y necesidades humanos.

Competencia digital.

Implica el uso seguro y crítico de las TIC para obtener, analizar, producir e intercambiar información.

Aprender a aprender.

Es una de las principales competencias, ya que implica que el alumno desarrolle su capacidad para iniciar el aprendizaje y persistir en él, organizar sus tareas y tiempo, y trabajar de manera individual o colaborativa para conseguir un objetivo

Competencias sociales y cívicas.

Hacen referencia a las capacidades para relacionarse con las personas y participar de manera activa, participativa y democrática en la vida social y cívica.

Sentido de la iniciativa y espíritu emprendedor.

Implica las habilidades necesarias para convertir las ideas en actos, como la creatividad o las capacidades para asumir riesgos y planificar y gestionar proyectos.

Conciencia y expresiones culturales.

Hace referencia a la capacidad para apreciar la importancia de la expresión a través de la música, las artes plásticas y escénicas o la literatura.

Anexo II “Teoría Sesión 1”

MAGNITUDES

Lo primero que tenemos que saber es que vamos a utilizar magnitudes.

(Se completará la siguiente tabla en la pizarra con la lluvia de ideas de los alumnos)

Propiedad/cualidad	¿Es una magnitud?	Unidades (SI)
Longitud	SÍ	Metro
Tiempo	SÍ	Segundo
Masa	SÍ	Kilogramo
Peso	SÍ	Newton
Fuerza	SÍ	Newton
Temperatura	SÍ	Grados Kelvin
Capacidad	SÍ	Litro
Volumen	SÍ	Metro cúbico
Superficie	SÍ	Metro cuadrado
Energía	SÍ	Julios
Precio	SI	Euros, dólares...
Cantidad	SI	Nº de...libros
Tristeza	NO	---
Amor	NO	---
Dolor	NO	---

Por lo tanto, una magnitud es toda aquella propiedad de los cuerpos que se puede medir.

***Nota importante para los alumnos: Hay que indicar siempre la magnitud con la que estamos trabajando y las unidades en las que la medimos.**

CONCEPTO DE RAZÓN.

Es la relación entre dos magnitudes distintas comparables entre sí. En este caso, la relación es un cociente: $\frac{a}{b}$

Ejemplo:

En esta clase, hay 12 niños y 15 niñas.

La razón del número de niños y el de niñas es de 12 a 6 ó $\frac{12}{6} = 2$

Puede expresarse de las siguientes maneras:

- a. El número resultante de realizar la operación división, el número de niños es dos veces el número de niñas.
- b. A es a b, 12 es a 6
- c. La razón del número de niños y el de niñas es de 12 a 6, hay 12 niños por cada 6 niñas.

¿Cuál es la diferencia entre fracción y razón?

Una fracción representa una parte de un todo, cantidad de un objeto, por ejemplo $\frac{3}{4}$ de tarta. 3 partes de tarta de 4 partes de tarta.

Una razón relaciona dos magnitudes, por ejemplo, por cada bocata de tortilla, tengo que pagar dos euros.

$$\frac{1 \text{ bocata}}{2 \text{ euros}}$$

CONCEPTO DE PROPORCIÓN

Igualdad entre dos razones.

Es decir, cuando: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

A los valores que ocupan el primer y último lugar (a y d) se les llama extremos, y a los otros dos (b y c) se les llama medios.

Esto significa que:

Los resultados de operar esas divisiones son iguales

Propiedad fundamental: producto de extremos = producto de medios ($ad=bc$)

Anexo III “Teoría Sesión 2”

PROPORCIONALIDAD DIRECTA


¿Cuándo sucede que dos magnitudes son directamente proporcionales?

Cuando aumenta una, la otra aumenta en la misma proporción. Es decir, al multiplicar o dividir una de ellas por una cierta cantidad, a la otra se le multiplicará (o dividirá) por la misma cantidad.


***Nota importante para los alumnos: A partir de ahora en nuestro cuaderno representaremos los valores mediante tablas.**

Por ejemplo: (resolución en pizarra)

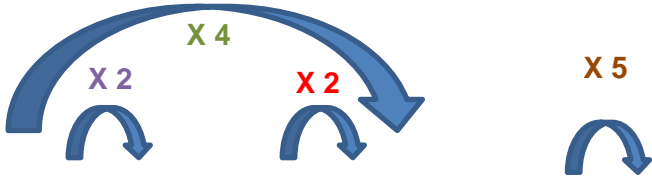
En el kiosko de mi barrio venden paquetes de cromos de distintos precios y distintas cantidades.



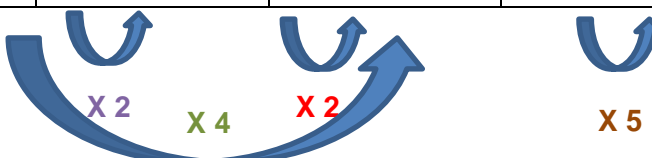
Cantidad (número de cromos por paquete)	Precio (euros)
5	1
10	2
20	4
100	20



¿Cómo sabemos que son proporcionales? Constante de proporcionalidad.



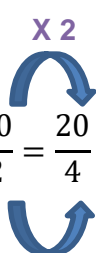
Cantidad (Nº cromos por paquete)	5	10	20	100
Precio (euros)	1	2	4	20



Constante de proporcionalidad
$1:5=0,2$
$2:10=0,2$
$4:20=0,2$
$20:100=0,2$

La segunda respecto a la primera

$$\frac{5}{1} = \frac{10}{2} = \frac{20}{4} = \frac{100}{20} = 5$$



Vemos que todas son fracciones equivalentes

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE PROPORCIONALIDAD DIRECTA

Reducción a la unidad

A una de las magnitudes, se le asigna la unidad y se calcula el valor correspondiente de la otra.

Una vez conocido el valor, se completa el resto.

Por ejemplo: (resolución en pizarra)

En el kiosko también venden cromos sueltos y quiero averiguar cuánto cuestan 27 cromos.

Si un paquete de 5 cromos me cuesta un euro, ¿Cuánto me cuesta un cromo? Entonces, ¿los 27?

Cantidad (número de cromos)	Precio (euros)
5	1
1	
27	

1 euro: 5 cromos = 0,2 euros/cromo

27 cromos * 0,2 euros/cromo = 5,4 euros

Regla de tres directa

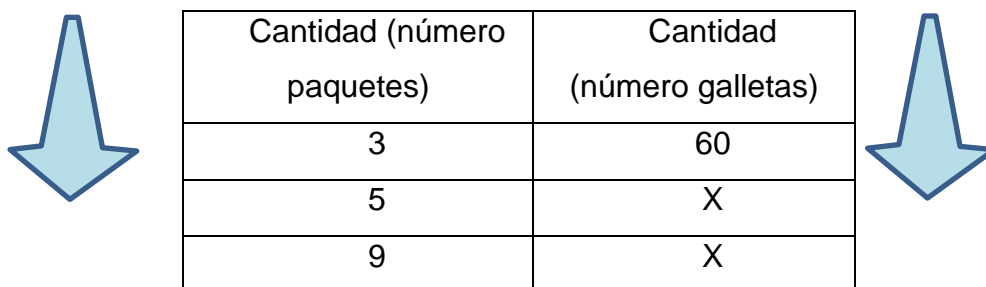
Ante una tabla de datos como las que manejamos, tenemos que darnos cuenta de estamos ante fracciones equivalentes.

Por ejemplo: (resolución en pizarra)

Una caja de galletas, trae 3 paquetes de 20 galletas cada uno. ¿Cuántas galletas tendrán 5 paquetes? ¿Y si compro 3 cajas, cuántas galletas tendré?

Nos damos cuenta de que es directamente proporcional si aumenta una, aumenta la otra y lo indicamos

Si 3 paquetes tienen 60 galletas, 5?



Cantidad (número paquetes)	Cantidad (número galletas)
3	60
5	X
9	X

Fracciones equivalentes:

$$\frac{3}{5} = \frac{60}{x}$$

Magnitud: cantidad

Magnitud: cantidad

Unidad: número de paquetes

Unidad: número de galletas

3 paquetes _____ 60 galletas

5 paquetes _____ x galletas

Producto de extremos= producto de medios

$$\frac{3}{5} = \frac{60}{x} \rightarrow 3 \cdot x = 5 \cdot 60 \rightarrow x = \frac{5 \cdot 60}{3} \rightarrow x = 100 \text{ galletas}$$

PROPORCIONALIDAD INVERSA

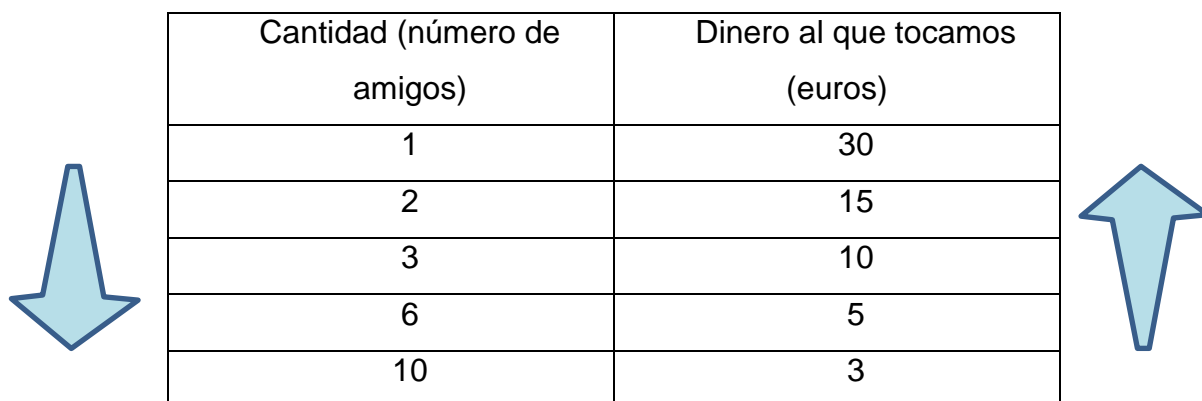
¿Cuándo sucede que dos magnitudes son inversamente proporcionales?

Cuando al aumentar una, la otra disminuye en la misma proporción. Es decir, al multiplicar o dividir una de ellas por una cierta cantidad, a la otra se le aplicará la operación inversa por la misma cantidad.

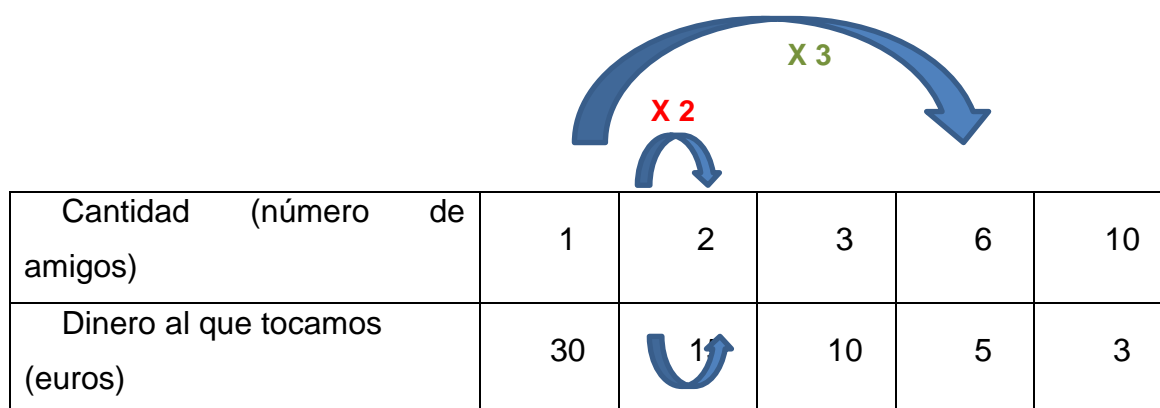
***Nota importante para los alumnos: Recordatorio de que en nuestro cuaderno representaremos los valores mediante tablas.**

Por ejemplo: (resolución en pizarra)

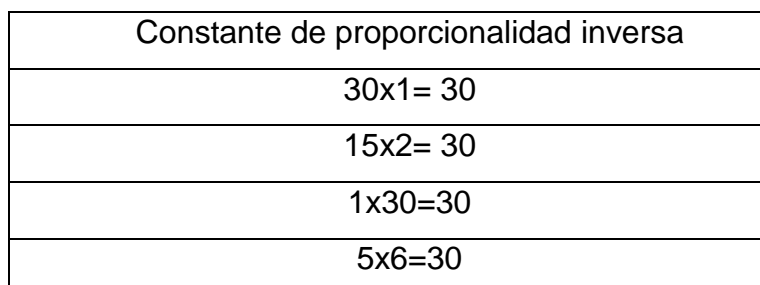
Es el cumpleaños de Luis y vamos a regalarle un videojuego que cuesta 30 euros. Depende de cuántos amigos pongamos dinero, tocaremos a una cantidad u otra.



Cantidad (número de amigos)	Dinero al que tocamos (euros)
1	30
2	15
3	10
6	5
10	3



Cantidad (número de amigos)	1	2	3	6	10
Dinero al que tocamos (euros)	30	15	10	5	3



Constante de proporcionalidad inversa
30x1= 30
15x2= 30
1x30=30
5x6=30

Vemos que: $1 \cdot 30 = 2 \cdot 15 = 3 \cdot 10 = 6 \cdot 5 = 10 \cdot 3 = 30$

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE PROPORCIONALIDAD INVERSA

Regla de tres inversa

Lo primero que tenemos que identificar es que estamos ante un caso de proporcionalidad inversa.

¿Cuándo es proporcionalidad inversa?

Cuando a mayor cantidad de una de las magnitudes, menor cantidad de la otra.

Por ejemplo:

Si una persona tarda en pintar una habitación 3 días, ¿cuánto tiempo tardarán en hacerlo 3 personas?

Nos damos cuenta de que **a más personas, menos tiempo** tardarán en realizar la tarea.

Otro ejemplo, si un grifo tarda 2 horas en llenar una bañera, ¿cuánto tiempo tardará en llenarse la bañera si uso 2 grifos?

Nos damos cuenta de que **a más grifos, menos tiempo** llevará llenar la bañera.

Un ejemplo práctico:

Un ganadero tiene una finca en la que comen 50 vacas durante 30 días, después, las tiene que cambiar de lugar de pasto. Si vende 30 de las vacas, ¿para cuántos días tendrán pasto en la primera finca?

No sabemos para cuántos días tendrán pasto, pero sí sabemos que serán más de 30, por lo tanto, **nos damos cuenta de que es inversamente proporcional (a menos vacas, más días podrán aguantar en la primera finca) y lo indicamos**

Si 50 vacas comen durante 30 días, ¿50-30?

Cantidad (número de vacas)	Tiempo (días)
50	30
20	x

Atención al cambio que tenemos que realizar una vez hemos visto que es inversamente proporcional:

Magnitud: cantidad

Magnitud: tiempo

Unidad: número de vacas

Unidad: días

50 vacas _____ 30 días

20 vacas _____ x días

Ahora para plantear las fracciones equivalentes, es necesario dar la vuelta a una de ellas. Es decir, **INVERTIR la razón que tiene los datos, en la que no está la incógnita. ¿¿Recordáis las fracciones inversas??**

$$\frac{50}{20} \rightarrow \frac{20}{50} = \frac{30}{x}$$

A partir de aquí resolvemos como una regla de tres simple. Producto de extremos= producto de medios

$$\frac{20}{50} = \frac{30}{x} \rightarrow 20 \cdot x = 50 \cdot 30 \rightarrow x = \frac{50 \cdot 30}{20} \rightarrow x = 75 \text{ días}$$

Anexo IV “Teoría Sesión 3”

PORCENTAJES

Un tanto por ciento es una fracción cuyo denominador es 100, es decir, tomamos la unidad y la dividimos en 100 partes y de ella cogemos la parte que se indique llamada tanteo. Por ejemplo:

El $20\% = \frac{20}{100}$ lo que significa 20 de cada 100

Por ejemplo, cuando vais a las rebajas al *Corte Inglés* y encontráis una sudadera rebajada un 80%. ¿Qué significa esto? Pues que si antes costaba 100 €, ahora costará 20. En el caso de que vayáis a *Primark*, si costaba 10€, ¿ahora cuánto costará?

Sirven para hacernos la vida más fácil, para entender las cosas mejor. Si te digo que la superficie de Cantabria son 5321 km² y la de España 505 944 km², pues seguramente te quedes igual, pero si te digo que Cantabria ocupa aproximadamente un 1% de la superficie total de España, te debería quedar claro que significa que si dividimos España en 100 partes, Cantabria ocupa tan sólo 1.

Un porcentaje es una fracción cuyo denominador es 100 y, por lo tanto, cumple todas las propiedades de las mismas.

Como ya sabemos, una fracción puede entenderse como:

✓ La parte de un todo

▪ De los 100 euros que me ha dado mi abuelo, me he gastado 20. Me he gastado 20 de cada 100, o el 20%.

$\frac{20}{100}$ y simplificamos $\frac{20}{100} = \frac{1}{5}$

✓ Una división. Resultará un número decimal de dividir el numerador entre el denominador.

▪ $\frac{20}{100} = 0,2$

✓ Un operador matemático

▪ En mi clase hay 35 alumnos y el 20% se queda a comer en el comedor.

$$\frac{20}{100} \text{ de } 35 = \frac{20}{100} \cdot 35 = 7 \text{ alumnos comen en el comedor}$$

En general, los porcentajes se resuelven utilizando la siguiente fórmula:

$$a\% \text{ de } N = \frac{a \cdot N}{100} = R$$

Porcentaje (%)	Cantidad
100	a
R	N

De donde:

$$\frac{100}{R} = \frac{a}{N} = 100 \cdot N = R \cdot a$$

De esta fórmula despejamos cualquiera de las incógnitas que tengamos.

Por ejemplo, me pueden dar el dato del precio inicial (30) y el precio después de las rebajas (12) y preguntarme por el tanteo. En este caso,

$$a\% \text{ de } 30 = 12$$

$$\rightarrow \frac{a \cdot 30}{100} = 12 \rightarrow \frac{a \cdot 30}{100} = \frac{12}{1} \rightarrow a \cdot 30 = 100 \cdot 12 \rightarrow a = \frac{100 \cdot 12}{30} = 40\%$$

Porcentajes como aplicación de la proporcionalidad directa

Un tanto por ciento expresa la relación de proporcionalidad entre la parte que se toma del total y el total completo.

Por ejemplo: el 80% de los estudiantes del colegio aprueban todas las asignaturas. Si en total hay 340 alumnos, ¿Cuántos aprueban todas?

Porcentaje (%)	Cantidad (número de alumnos)
100	340
80	x

Porcentaje

Cantidad

Nº de alumnos

100% _____ 340 alumnos del cole

80% _____ x alumnos del cole

$$\frac{100}{80} = \frac{340}{x} \rightarrow 100 \cdot x = 80 \cdot 340 \rightarrow x = \frac{80 \cdot 340}{100} \rightarrow x = 272 \text{ alumnos aprueban todas}$$

Porcentajes como número decimal

También podemos aplicar otro método de resolución: Transformando la fracción en un número decimal

$$\frac{80}{100} = 0,8$$

El número total de alumnos que aprueban todas será:

$$340 \cdot 0,8 = 272 \text{ alumnos que aprueban todas las asignaturas}$$

Porcentajes como operador matemático (fracciones)

$$\frac{80}{100} \text{ de } 340 = \frac{80}{100} \cdot 340 = 272 \text{ alumnos aprueban todas}$$

AUMENTO DE PORCENTAJES

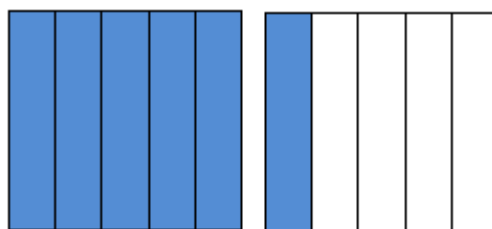
Varias formas de resolver:

Por ejemplo, en el ejemplo del libro, las reservas de agua han aumentado un 20% respecto al año pasado que eran de 60 millones de litros. No pregunta que cuántas tendremos ahora.

Sabemos, que si han aumentado un 20%, la representación gráfica, que siempre nos ayuda, podría ser la siguiente:

60 millones era el 100% de lo que había el año pasado, es decir, $\frac{100}{100}$ o $\frac{5}{5}$

en este caso, el aumento ha sido de un $\frac{20}{100} = \frac{1}{5}$



$$1 + \frac{1}{5} = \frac{6}{5}$$

$$\frac{5}{5} + \frac{1}{5} = \frac{6}{5}$$

Primera forma de resolución: Fracción como operador

Lo que teníamos + el aumento = total

Aumento= 20% de 60 millones:

$$\frac{20}{100} \text{ de } 60 \text{ millones} = \frac{20}{100} \cdot 60 \text{ millones} = \frac{20 \cdot 60}{100} = 12 \text{ millones de litros}$$

60 millones + 12 millones = 72 millones de litros

Segunda forma de resolución: Regla de tres simple

El año pasado había el 100%, este año ha aumentado el 20%, por lo tanto:

$$\frac{100}{100} + \frac{20}{100} = \frac{120}{100}$$

Porcentaje %	Cantidad (millones de litros)
100	60 millones
120	x

$$\frac{100}{120} = \frac{60}{x} \rightarrow 100 \cdot x = 120 \cdot 60 \rightarrow x = \frac{120 \cdot 60}{100} \rightarrow x = 72 \text{ millones de litros}$$

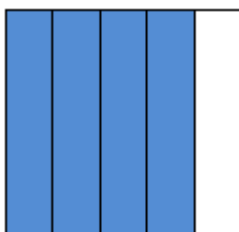
DISMINUCIÓN DE PORCENTAJES

El proceso es el mismo que con el aumento, en lugar de sumar, en este caso restaremos.

Imaginemos que las reservas han disminuido un 20% respecto a los 60 millones que había el año pasado.

En este caso,

$$100\% - 20\% = 80\%$$



Primera forma de resolución: Fracción como operador

Lo que teníamos – la disminución = total

Disminución= 20% de 60 millones:

$$\frac{20}{100} \text{ de } 60 \text{ millones} = \frac{20}{100} \cdot 60 \text{ millones} = \frac{20 \cdot 60}{100} = 12 \text{ millones de litros}$$

60 millones – 12 millones = 48 millones de litros

Segunda forma de resolución: Regla de tres simple

El año pasado había el 100%, este año ha disminuido el 20%, por lo tanto:

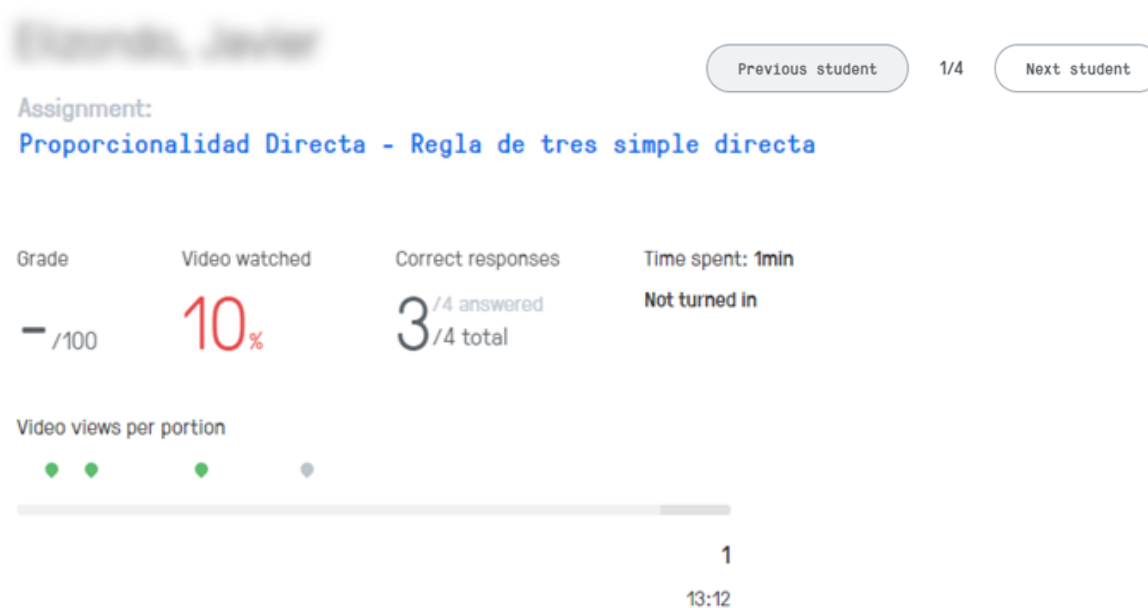
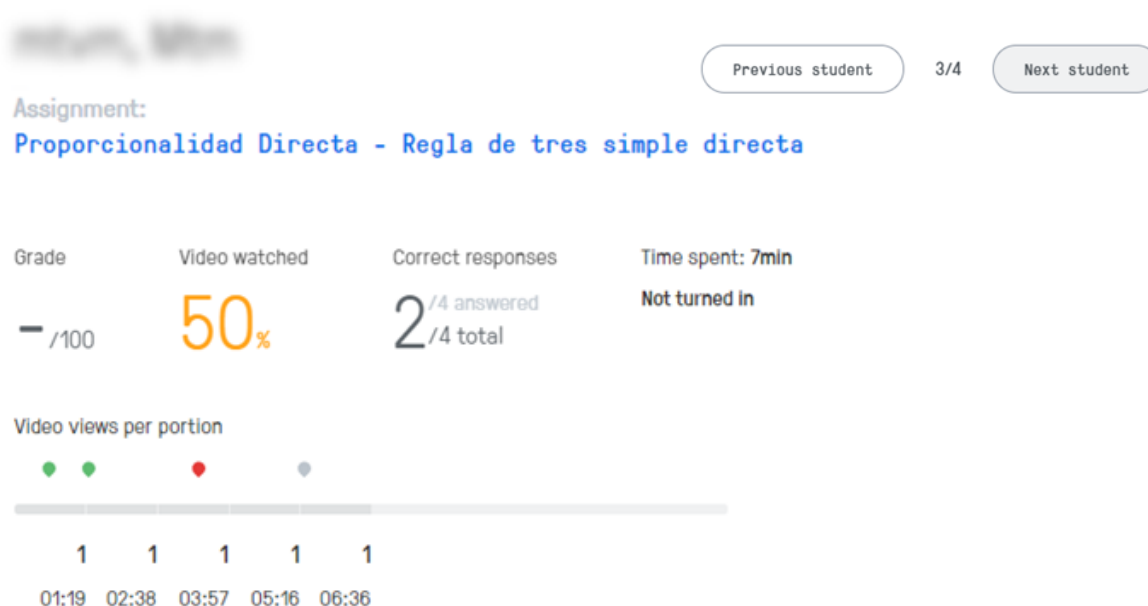
$$\frac{100}{100} - \frac{20}{100} = \frac{80}{100}$$

Porcentaje %	Cantidad (millones de litros)
100 _____	60
80 _____	x

$$\frac{100}{80} = \frac{60}{x} \rightarrow 100 \cdot x = 80 \cdot 60 \rightarrow x = \frac{80 \cdot 60}{100} \rightarrow x = 48 \text{ millones de litros}$$

Anexo V: EdPuzzle

En las siguientes imágenes se muestra la interfaz de la herramienta web mediante la cual se permite al docente comprobar exactamente cuál ha sido el trabajo realizado por cada alumno. Desde el tiempo que han invertido en la actividad, qué porcentaje del vídeo han visto o qué preguntas han contestado correctamente. Se muestran dos ejemplos:



Por otra parte, se muestran las preguntas que se les hacen con las respuestas correctas e incorrectas en el caso del “multiple choice” así como las de respuesta abierta.

01:32 ○
Multiple choice question
0 out of 2 right

¿Cuáles de las siguientes magnitudes son directamente proporcionales?

- a) Los donuts que comes y el azúcar en sangre
- b) Las horas que dedicas a las mates y la velocidad de tu coche
- c) Los libros que compras y el dinero que pagas por ellos
- d) El número de amigos en una fiesta de cumpleaños y el dinero al que tocáis para pagar el regalo

✗ a) Si
 b) No
 c) Si
 d) Si

✗ a) No
 b) No
 c) Si
 d) No

✗ a) Si
 b) No
 c) No
 d) Si

✓ a) Si
 b) No
 c) Si
 d) No

03:55 ○
Open Ended question
0 out of 2 right

Utiliza el método de reducción a la unidad para resolver los siguientes casos:

- a) Quiero saber cuánto paga me dan al año si este verano (junio, julio y agosto) me han dado 75 euros.
- b) ¿Cuánto me costará un paquete de 100 gominolas si he comprado 5 en el kiosko y me han cobrado un euro?
- c) Para ir desde mi casa a casa de mi amigo Juan tengo que ir en tren. Sé que todos los trayectos entre paradas cuestan lo mismo y la última vez recorri 3 paradas con 1,20€. La casa de Juan se encuentra a 7 paradas de aquí y tengo 3€. ¿Puedo llegar?

05:45 ○
Open Ended question
0 out of 2 right

Resuelve mediante fracciones equivalentes:

- a) Un carpintero fabrica cada día, en una jornada de 8 horas, un total de 5 puertas. Le han pedido que fabrique un total de 35 puertas para un colegio. ¿Cuántas horas tarda? ¿Y jornadas?
- b) Cada vez que mi madre hace tortilla de patata utiliza 6 huevos por cada kilo de patatas. Si tiene en la despensa 4 kilos de patatas, ¿Cuántas docenas de huevos necesitará para usarlas todas?
- c) Con lo que ahorra un alumno cada mes, se compra 5 cómics de una colección y cada uno cuesta 2,5€. Tras un periodo de tiempo, ha completado la colección y en total el alumno se ha gastado 100 €. Si empezó en enero la colección, ¿En qué mes la termina? ¿Cuántos cómics tenía la colección?

Anexo VI: Fichas de expertos

EXPERTO 1: PROPORCIONALIDAD DIRECTA

Dos magnitudes son directamente proporcionales si al aumentar una, lo hace la otra en la misma proporción. Es decir, al multiplicar o dividir una de ellas por una cierta cantidad, a la otra se le multiplicará (o dividirá) por la misma cantidad.

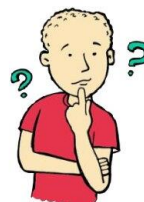
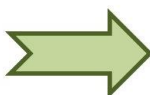
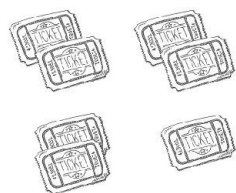


Reducción a la unidad:

Se asigna la unidad a una de las dos magnitudes y se calcula el valor correspondiente de la otra.

Una vez conocido el valor, se completa el resto.

Si entre 7 amigos hemos pagado 42 euros por unas entradas de cine, ¿Cuánto tendríamos que pagar si vienen 5 amigos más?



Cantidad (número de amigos)	Precio (euros)
7	42
1	x

$$\frac{42}{7} = 6 \text{ euros por cada entrada}$$

Si una entrada me cuesta 6 euros, 12 entradas me costarán:

$$6 \cdot 12 = 72 \text{ euros}$$

¿Nos damos cuenta de que 6 es la constante de proporcionalidad?



Regla de tres simple:

Dos pares de valores correspondientes forman fracciones equivalentes

Cantidad (número de amigos)	Precio (euros)
7	42
12	x

$$\frac{7}{12} = \frac{42}{x} \rightarrow 7 \cdot x = 12 \cdot 42 \rightarrow x = \frac{12 \cdot 42}{7} \rightarrow x = 72 \text{ euros}$$

EXPERTO 2: PROPORCIONALIDAD INVERSA

Dos magnitudes son inversamente proporcionales si al aumentar una, la otra disminuye en la misma proporción y al revés. Es decir, al multiplicar una de ellas por una cierta cantidad, a la otra se le dividirá por la misma cantidad.

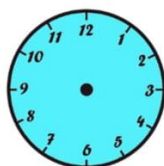
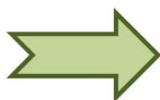


Reducción a la unidad:

Se asigna la unidad a una de las dos magnitudes y se calcula el valor correspondiente de la otra.

Una vez conocido el valor, se completa el resto.

Si entre 3 amigos hemos tardado 12 horas en decorar el gimnasio para la fiesta de navidad, ¿Cuánto tiempo tardaríamos si se nos unen otros 6 amigos?



Cantidad (número de amigos)	Tiempo (horas)
3	12
1	x

¿Nos damos cuenta de que 36 es la constante de proporcionalidad inversa?

$$3 \cdot 12 = 36 \text{ horas tarda uno solo}$$



Si uno solo tarda 36 horas, repartiendo el trabajo entre 9 amigos tardaremos:

$$\frac{36}{9} = 4 \text{ horas}$$



Regla de tres inversa:

Dos pares de valores correspondientes forman fracciones equivalentes con la inversa de una de ellas.

Cantidad (nº de amigos)	Tiempo (horas)
3	12
9	x



Observa que hay que invertir la razón que contiene sólo datos y después resolver como una regla de tres simple:

$$\frac{3}{9} \rightarrow \frac{9}{3} \text{ por lo tanto } \frac{9}{3} = \frac{12}{x}$$

$$\frac{9}{3} = \frac{12}{x} \rightarrow 9 \cdot x = 3 \cdot 12 \rightarrow x = \frac{3 \cdot 12}{9} \rightarrow x = 4 \text{ horas}$$

EXPERTO 3: PORCENTAJES

Un tanto por ciento es una fracción cuyo denominador es 100, es decir, tomamos la unidad, la dividimos en 100 partes y de ella cogemos la parte que se indique.



Porcentaje como operador de fracciones:

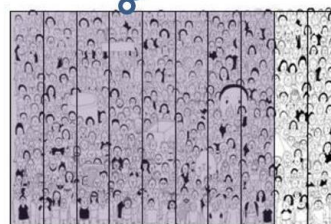
$$a \% \text{ de } N = \frac{a \cdot N}{100}$$

Al 80% de la población española le gusta echar la siesta. Si en España hay aproximadamente 47 millones de personas, ¿A cuántos les gusta echar la siesta? ¿Y a cuántos no (en % y nº)?

80% de 47 millones

$$\frac{80}{100} \cdot 47 \text{ millones}$$

$$\frac{80 \cdot 47}{100} = 37,6 \text{ millones prefieren echar siesta}$$



Si al 80% le gusta echar siesta, no le gustará al 20%, ya que $100 - 80 = 20$.

$$\frac{20 \cdot 47}{100} = 9,4 \text{ millones no quieren echar siesta}$$



Porcentaje como número decimal:

Una fracción se puede operar y convertirse en un número decimal.

Un porcentaje es una fracción cuyo denominador siempre es 100, por lo tanto:

$$\frac{80}{100} = 0,8$$

Si aplicamos el mismo procedimiento que en el caso anterior:

$$0,8 \cdot 47 \text{ millones} = 37,6 \text{ millones prefieren echar siesta}$$



Regla de tres simple:

Dos pares de valores correspondientes forman fracciones equivalentes

Porcentaje (%)	Cantidad (nº de personas)
100	47 millones
80	X millones



$$\frac{100}{80} = \frac{47}{x} \rightarrow 100 \cdot x = 80 \cdot 47 \rightarrow x = \frac{80 \cdot 47}{100} \rightarrow x = 37,6 \text{ millones}$$

EXPERTO 4: AUMENTO Y DISMINUCIÓN PORCENTUAL



Porcentaje como operador de fracciones:

En España había 290 familias de nutrias en 2007. ¿Cuántas familias había en 2014 si habían aumentado un 30%?

$$\boxed{\text{Número inicial}} + \boxed{\text{Aumento}} = \boxed{\text{Total}}$$

¿Cuánto es el aumento?

$$30\% \text{ de } 290 \rightarrow \frac{30 \cdot 290}{100} = 87 \text{ familias de nutrias}$$

$$\boxed{290} + \boxed{87} = \boxed{377 \text{ familias}}$$



¿Y si en lugar de aumentar, hubiera disminuido en un 30%?

$$\boxed{\text{Número inicial}} - \boxed{\text{Disminución}} = \boxed{\text{Total}}$$

¿Cuánto es la disminución?

También es el 30%, por lo que el resultado será el mismo que en el caso anterior

$$\boxed{290} - \boxed{87} = \boxed{203 \text{ familias}}$$



Regla de tres simple:

Dos pares de valores correspondientes forman fracciones equivalentes

Aumento del 30%



Porcentaje (%)	Cantidad (nº de familias)
100	290
130	x

$$\frac{100}{130} = \frac{290}{x} \rightarrow 100 \cdot x = 130 \cdot 290$$

$$\rightarrow x = \frac{130 \cdot 290}{100} \rightarrow x = 377 \text{ familias}$$

Disminución del 30%



Porcentaje (%)	Cantidad (nº de familias)
100	290
70	x

$$\frac{100}{70} = \frac{290}{x} \rightarrow 100 \cdot x = 70 \cdot 290$$

$$\rightarrow x = \frac{70 \cdot 290}{100} \rightarrow x = 203 \text{ familias}$$

Anexo VII: Rúbrica de evaluación de la actividad para el profesor

ÍTEM		PUNTUACIÓN			
		0	1	2	3
Participación y equipo	Todos los alumnos participan de manera similar				
	Los alumnos se implican, cada uno se hace responsable de su parte				
	Los alumnos respetan los turnos de palabra				
	Los alumnos se respetan entre ellos				
	Los alumnos se ayudan entre ellos				
Presentación de la hoja de resultados	Los cuatro nombres aparecen en las 4 hojas				
	Cada alumno escribe un ejercicio				
	Letra clara y limpia. Sin tachones.				
	Procedimientos organizados				
Resultados (contenidos)	Los resultados son correctos				
	Los procedimientos utilizados son los correctos				
	Hay variedad en la tipología de métodos elegidos				
	El procedimiento se realiza de manera correcta				
	Aparecen todos los pasos				
	Aparecen las explicaciones pertinentes				
	Las unidades están correctamente expresadas				
	Se han completado todos los ejercicios				
	Se han entregado ejercicios extra				
	Se han escogido los ejercicios adecuados a cada tema				

Anexo VIII: Ejercicios Puzzle de Aronson y extra

Matemáticas 1º ESO

Proporcionalidad y Porcentajes. Grupos de expertos.

Grupo:

Persona que escribe:

Experto en el tema del problema:

Experto 1:

Experto 2:

Experto 3:

Experto 4:

- ✓ Leer atentamente el enunciado
- ✓ Hay que reflejar todos los pasos dados y justificar las respuestas
- ✓ Cada miembro del grupo se encargará de escribir un solo ejercicio. No hay secretario en esta ocasión
- ✓ Indicar qué miembro del equipo es el experto en el tema del problema

Gorka, Merche y Rodrigo se reparten una bolsa de bombones de 100 gramos. Gorka se lleva 2 bombones; Merche, 3, y Rodrigo, los 5 restantes. ¿Cuántos gramos de bombones se lleva cada uno?

Matemáticas 1º ESO

Proporcionalidad y Porcentajes. Grupos de expertos.

Grupo:

Persona que escribe:

Experto en el tema del problema:

Experto 1:

Experto 2:

Experto 3:

Experto 4:

- ✓ Leer atentamente el enunciado
- ✓ Hay que reflejar todos los pasos dados y justificar las respuestas
- ✓ Cada miembro del grupo se encargará de escribir un solo ejercicio. No hay secretario en esta ocasión
- ✓ Indicar qué miembro del equipo es el experto en el tema del problema

Una fábrica de confituras de fruta sirve a un supermercado un pedido de 3000 botes de mermelada. El 25% son de fresa; el 45%, de ciruela; el 20%, de melocotón, y el resto, de naranja. ¿Cuántos botes van de cada clase?

Matemáticas 1º ESO

Proporcionalidad y Porcentajes. Grupos de expertos.

Grupo:

Persona que escribe:

Experto en el tema del problema:

Experto 1:

Experto 2:

Experto 3:

Experto 4:

- ✓ Leer atentamente el enunciado
- ✓ Hay que reflejar todos los pasos dados y justificar las respuestas
- ✓ Cada miembro del grupo se encargará de escribir un solo ejercicio. No hay secretario en esta ocasión
- ✓ Indicar qué miembro del equipo es el experto en el tema del problema

Por un equipo de música que estaba rebajado un 25% he pagado 150€. ¿Cuánto costaba sin rebajar?

Matemáticas 1º ESO

Proporcionalidad y Porcentajes. Grupos de expertos.

Grupo:

Persona que escribe:

Experto en el tema del problema:

Experto 1:

Experto 2:

Experto 3:

Experto 4:

- ✓ Leer atentamente el enunciado
- ✓ Hay que reflejar todos los pasos dados y justificar las respuestas
- ✓ Cada miembro del grupo se encargará de escribir un solo ejercicio. No hay secretario en esta ocasión
- ✓ Indicar qué miembro del equipo es el experto en el tema del problema

Cinco mecanógrafos tardan dos horas en transcribir una conferencia grabada en audio.

¿Cuánto tardarían en realizar ese trabajo tres mecanógrafos?

Matemáticas 1º ESO

Proporcionalidad y Porcentajes. Grupos de expertos.

Grupo:

Persona que escribe:

Experto 1:

Experto 2:

Experto 3:

Experto 4:

1.-Vamos a ir de acampada las veinte personas que formamos el grupo de 1º de ESO a Bárcena Mayor, para ello llevamos provisiones de comida para cinco días. ¿Para cuantos días tendremos comida si vienen cinco personas más?

2.-Decidimos hacer un bizcocho y la receta que miramos nos dice lo siguiente.

Ingredientes (ocho personas):

- 3 huevos
- 1 sobre de levadura en polvo (16 gr de polvo para hornear)
- 1 yogur de limón (125 gramos)
- harina (3 medidas de yogur)
- azúcar (2 medidas de yogur)
- aceite de oliva virgen extra (1 medida de yogur)
- ralladura de 1 limón
- mantequilla y harina (para untar el molde)
- mermelada, azúcar glas y hojas de menta (para decorar)

¿Qué cantidad de levadura debemos añadir para una receta para diez personas? ¿Y de yogurt de limón?

3.- Las pajitas de plástico han pasado a ser unos de los elementos más frecuentes en nuestros mares, playas, ríos... A pesar de ser el utensilio más prescindible e innecesario, en el Mediterráneo supone ya el 6% de la contaminación por plástico”, ha declarado Julio Barea responsable de la campaña de Residuos de Greenpeace. ”La contaminación que producen al degradarse en el mar en forma de microplásticos vuelve a nuestras mesas a través del pescado y marisco que consumimos”.

Teniendo en cuenta que según una reciente estimación sólo en la superficie del Mar Mediterráneo hay 87 toneladas de pajitas ¿Qué cantidad de residuos plásticos habrá en la superficie del Mar Mediterráneo?



4.-El año pasado (2018), se tiraron al mar 8 millones de toneladas de residuos plásticos. Si esta cifra aumenta un 5% anual. ¿Cuántas toneladas se verterán al mar este año 2019?

De las toneladas que vayan a parar al mar este año, 2,1 millones acabarán formando parte de la “Isla Basura” del pacífico cuyo tamaño es tres veces el de Francia, ¿Qué porcentaje del total supone?

Anexo IX: Rúbrica de autoevaluación de la actividad para el alumnado

Matemáticas 1º ESO
 Proporcionalidad y Porcentajes

Nombre:
 Experto:

Nº:
 Grupo:


Ítem		Valoración			
Participación y equipo	He participado de manera similar a mis compañeros	Totalmente	A veces	Podría participar más	No lo suficiente
	Me he implicado y me he hecho responsable de mi parte	Totalmente	En parte	A penas	No lo suficiente
	Respeto el turno de palabra	Siempre	A veces	A penas	No lo suficiente
	Respeto a mis compañeros	Siempre	A veces	A penas	No lo suficiente
	Respeto la técnica aplicada	Siempre	A veces	A penas	No lo suficiente
	Ayudo a mis compañeros	Siempre	A veces	A penas	No lo suficiente

Resultados de la actividad	He entendido la actividad	Totalmente	En gran medida, sí	A medias	No
	He entendido mi parte	Totalmente	En gran medida, sí	A medias	No
	He entendido las explicaciones de mis compañeros	Totalmente	En gran medida, sí	A medias	No
	Me ha servido para entender y afianzar mejor los conceptos	Totalmente	En gran medida, sí	A medias	No
	Creo que he aprendido más que en una clase tradicional	Totalmente	En gran medida, sí	Parecido	No, ha sido peor
	Repetiría la experiencia	Totalmente	En gran medida, sí	No estoy seguro	No
	Me he sentido responsable de mi parte y eso me ha motivado	Totalmente	En gran medida, sí	A medias	No
	Me ha motivado el hecho de que mis compañeros dependían de mis explicaciones para entender mi parte.	Totalmente	En gran medida, sí	A medias	No

Anexo X: Plantilla de respuestas

Matemáticas 1º ESO
Proporcionalidad y Porcentajes. Concurso Trivial

Grupo:




Proporcionalidad y porcentajes

▶ Proporcionalidad Directa
 ▶ Proporcionalidad Inversa
 ▶ Porcentajes
 ▶ Aumento Porcentual
 ▶ Disminución Porcentual
 ▶ Mix

1						
2						
3						
4						
5						
6						

Matemáticas 1º ESO
Proporcionalidad y Porcentajes. Concurso Trivial

Grupo:



Proporcionalidad y porcentajes

▶ Proporcionalidad Directa
 ▶ Proporcionalidad Inversa
 ▶ Porcentajes
 ▶ Aumento Porcentual
 ▶ Disminución Porcentual
 ▶ Mix

1	3000 €	25 días	112 alumnos	1352 €	288 €	375 habitantes
2	350 €	54 días	80%	0,7 €	120 €	2000 €
3	13,5 días	15 horas	512 niños	45 €	51 €	16%
4	560 km	10 días	6 problemas	5%	12%	63 kg
5	1,6 cm	2,6 horas ó 2h 36 min	17 problemas	40%	50 litros	100 fotocopias
6	540 €	18 horas	1700 piezas	208,33 €	28%	21 €

Matemáticas 1º ESO

Proporcionalidad y Porcentajes. Concurso Trivial

Grupo:



Proporcionalidad y porcentajes

 Proporcionalidad Directa

 Proporcionalidad Inversa

 Porcentajes

 Aumento Porcentual

 Disminución Porcentual

 Mix

1	3000 € ✓	25 días ✓	112 alumnos ✓	1352 € ✓	288 € ✓		$0,3 \times 5 = 1,5$
2	350 € ✓	54 días ✓	60% ✗		120 € ✓		$0,3 \times 3 = 0,9$
3	13,5 días ✓	15 horas ✓	512 niños ✓	45 € ✓	51 € ✓	16% ✓	$0,3 \times 6 + 0,7 = 2,5$
4	550 km ✗	10 días ✓	6 problemas ✓	7% ✗	12% ✓	63 kg ✓	$0,3 \times 4 = 1,2$
5	1,6 cm ✓		17 problemas ✓	40% ✓	40 litros ✗	100 fotocopias ✓	$0,3 \times 4 = 1,2$
6	540 € ✓	18 horas ✓		208,33 € ✓	28% ✓	21 € ✓	$0,3 \times 5 = 1,5$

Total 8,8 / 15

Anexo XI: Modelo de examen

Matemáticas 1º ESO

Proporcionalidad y Porcentajes

Nombre:

Nº: 17/04/19

1.-Di si las siguientes parejas de magnitudes son directamente proporcionales, inversamente proporcionales, o ninguna de las dos. Justifica la respuesta. (No usar abreviaturas).

- El tiempo que tengo el grifo abierto y el agua que consumo.
- El número de papeletas vendidas para el viaje de fin de curso y el dinero recaudado.
- El número de personas que se reparten un premio económico y el dinero que recibe cada persona.
- La velocidad con la que voy de Vioño a Torrelavega y el tiempo que tardo en llegar.
- El tiempo que voy conduciendo (a la misma velocidad) y la distancia que recorro.

(1,5 puntos)

2.-Decidimos ir a limpiar las orillas del río Pas. Sabemos que si vamos las 20 personas que estamos en clase, vamos a tardar 4 horas en limpiarlo. ¿Cuánto tiempo tardaremos en limpiar lo mismo si faltan cuatro personas?

(1,5 puntos)

3. En el almuerzo solidario se necesitaron 150 barras de pan para un total de 750 personas. ¿Cuántas barras harían falta si vinieran 150 personas más entre madres y padres?

(1,5 puntos)

4.-Dadas las siguientes tablas rellena los datos que faltan y di qué relación hay entre las dos magnitudes. Indica, además las constantes de proporcionalidad en cada caso.

Nº de entradas de cine	5	7	
Precio(euros)	30		54

Nº de vacas	20	25	
Tiempo que dura una camión de pienso (días)	30		15

(1 punto)

5.-En el curso 2017-2018 se recaudaron en el proyecto solidario del centro 4.800 euros que fueron obtenidos de la siguiente manera:

-1º ESO: 50% del total.

-2º ESO: 25% del total

-3º ESO: 10% del total.

a. ¿Qué porcentaje del total obtuvo 4º ESO? **(0,5 puntos)**

b. ¿Cuántos euros recaudaron en el primer ciclo de la ESO (1º y 2º)? ¿Y en el segundo ciclo (3º y 4º)? **(1 punto)**

6.- En las rebajas de la tienda de electrodomésticos he comprado una pantalla de ordenador que estaba rebajada un 40%. Si he pagado 75 € por ella, ¿Cuánto costaba antes de la rebaja?

(1,5 puntos)

7.- El precio de la gasolina hace un año era de 1,20 euros el litro. Si este año ha aumentado un 15%, ¿Cuánto cuesta la gasolina hoy?

(1,5 puntos)

Anexo XII: Resultados de la autoevaluación de la actividad del Puzzle de Aronson

Matemáticas 1º ESO
 Proporcionalidad y Porcentajes

Nombre:
 Experto:

Nº:
 Grupo:

Ítem		Valoración							
Participación y equipo	He participado de manera similar a mis compañeros	Totalmente	58,33%	A veces	29,16%	Podría participar más	12,5%	No lo suficiente	0%
	Me he implicado y me he hecho responsable de mi parte	Totalmente	79,16%	En parte	20,83%	A penas	0%	No lo suficiente	0%
	Respeto el turno de palabra	Siempre	41,66%	A veces	58,33%	A penas	0%	No lo suficiente	0%
	Respeto a mis compañeros	Siempre	50%	A veces	50%	A penas	0%	No lo suficiente	0%
	Respeto la técnica aplicada	Siempre	62,5%	A veces	37,5%	A penas	0%	No lo suficiente	0%
	Ayudo a mis compañeros	Siempre	70,83%	A veces	25%	A penas	4,16%	No lo suficiente	0%

Resultados de la actividad	He entendido la actividad	Totalmente	41,6%	En gran medida, sí	58,3%	A medias	0%	No	0%
	He entendido mi parte	Totalmente	75%	En gran medida, sí	25%	A medias	0%	No	0%
	He entendido las explicaciones de mis compañeros	Totalmente	50%	En gran medida, sí	41,6%	A medias	8,33%	No	0%
	Me ha servido para entender y afianzar mejor los conceptos	Totalmente	62,5%	En gran medida, sí	37,5%	A medias	0%	No	0%
	Creo que he aprendido más que en una clase tradicional	Totalmente	37,5%	En gran medida, sí	29,2%	Parecido	33,3%	No, ha sido peor	0%
	Repetiría la experiencia	Totalmente	50%	En gran medida, sí	45,8%	No estoy seguro	4,16%	No	0%
	Me he sentido responsable de mi parte y eso me ha motivado	Totalmente	58,3%	En gran medida, sí	29,2%	A medias	12,5%	No	0%
	Me ha motivado el hecho de que mis compañeros dependían de mis explicaciones para entender mi parte.	Totalmente	62,5%	En gran medida, sí	20,83%	A medias	16,66%	No	0%

Anexo XIII: Enlaces interactivos a los recursos web

Presentación/ introducción a la Unidad Didáctica propuesta para la Sesión 1:

[Presentación UD](#)

Trabajo propio propuesto en la Sesión 2:

[Edpuzzle.](#)

Trabajo propio propuesto en la Sesión 3:

[Tanque matemático.](#)

Concurso Trivial a realizar en la actividad se la Sesión 7:

[Concurso Trivial.](#)

Presentación de los resultados de la actividad del Puzzle de Aronson propuesta para Sesión 8:

[Presentación de resultados.](#)